

Note :

**INTERROGATION de MATHÉMATIQUES**Durée : 35 minutes. Calculatrice AUTORISÉE.

Les parties A et B sont indépendantes.

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondis à  $10^{-4}$ .

Dans le Point épidémiologique Covid-19 du 31 décembre 2020 sur [santepubliquefrance.fr](http://santepubliquefrance.fr), on peut lire : « Le point épidémiologique présente l'estimation de la prévalence des infections par le SARS-CoV-2 en France pour la semaine 41 (du 05 au 11 octobre 2020), avant le couvre-feu généralisé et le 2<sup>ème</sup> confinement national. La proportion de personnes séropositives pour le SARS-CoV-2 en semaine 41 est estimée à 7,9 % soit 5 256 000 personnes séropositives. »

Nous supposons donc, dans cet exercice, que 7,9 % de la population française est contaminée par le SARS-CoV-2.

**Partie A**

On dispose d'un test de dépistage, appelé *test PCR*, qui a les propriétés suivantes :

- la probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif<sup>1</sup> est de 0,83 (sensibilité du test) ;
- la probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,99 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note V l'événement « la personne est contaminée par le SARS-CoV-2 » et T l'événement « le *test PCR* est positif ».

1. Traduire la situation par un arbre de probabilités, en détaillant les calculs.
2. Déterminer la probabilité qu'un *test PCR* soit positif.
3. On souhaite calculer la *valeur prédictive positive*, notée VPP, qui est la probabilité qu'une personne soit contaminée sachant que le *test PCR* est positif. Déterminer cette VPP.

**Partie B**

On choisit au hasard et successivement 450 personnes de la population française. On considère que les tirages aléatoires sont indépendants et peuvent être assimilés à des tirages avec remise (puisque la population française est assez grande). On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le SARS-CoV-2 et on rappelle que nous supposons que 7,9 % de la population française est contaminée par le SARS-CoV-2.

→

<sup>1</sup> Pour info : d'après les données bibliographiques à disposition, la sensibilité peut être estimée entre 68 % et 97 %.  
Voir [revmed.ch](http://revmed.ch) et [has-sante.fr](http://has-sante.fr).

1. Justifier que la situation peut être modélisée par un schéma de Bernoulli, et déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
2. Déterminer l'espérance de  $X$  et interpréter ce résultat.
3. Calculer les probabilités des événements suivantes (on arrondira les valeurs approchées à  $10^{-4}$ ) :
  - a.  $A$  : « exactement 35 personnes sont contaminées parmi les 450 ».
  - b.  $B$  : « moins de 33 personnes sont contaminées parmi les 450 ».
  - c.  $C$  : « au moins 45 personnes sont contaminées parmi les 450 ».
  - d.  $D$  : « entre 25 et 40 personnes sont contaminées parmi les 450 ».