

Le Grand Oral en Mathématiques

Les questions ...

I Points généraux

Cadrage

- Les questions sont «*adossées à tout ou partie du programme du cycle terminal*. Pour les candidats scolarisés, elles ont été élaborées et préparées *par le candidat avec ses professeurs et, s'il le souhaite, avec d'autres élèves.*»
- *Les programmes du cycle terminal de l'enseignement de spécialité Mathématiques* précisent que «*les approfondissements proposés par le programme* ont aussi pour objectif de *donner des pistes exploitables par les élèves* pour choisir le thème de leur projet pour l'épreuve orale terminale.»
- Les questions *doivent être personnelles*, construites à partir d'une démarche en rapport avec son projet d'études, de professionnalisation, avec des centres d'intérêt ... Toutefois deux élèves différents peuvent avoir une question en commun (pour des raisons différentes a priori ...)

Quelques points pratiques

- Il faut faire preuve de *bon sens*. Le candidat doit être capable de développer la réponse à sa question (et aux questions des examinateurs) à l'oral. La question doit rester *modeste* tout en étant *pertinente*.
- La question interroge *davantage la compréhension d'une notion que la technique*. Elle se prête à des développements *exprimables à l'oral*.
- Garder en tête, *la grille d'évaluation* afin de cibler les points à respecter lors de la « réponse » à la question.
- *Se référer aux programmes de mathématiques de 1^{ère} et de T^{erm}* peut être un bon point de départ. Le candidat peut alors examiner les thèmes qui trouvent un écho avec ses projets/centres d'intérêts ou avec sa deuxième spécialité. Prêter attention aux *approfondissements proposés* ainsi qu'aux *pistes historiques*.
- Engager la réflexion sur le grand oral par la *recherche de thèmes en mathématiques*, puis préciser.
- *Partir d'une notion mathématique*, creuser *sa signification, ses origines, son évolution, ses applications* dans le cadre de modélisations, *son emploi dans d'autres disciplines, ses représentations* dans différents registres, *ses limites, ...*

Catégories de questions en mathématiques

- *Un problème de modélisation* : on construit un modèle mathématique pour répondre à un questionnement issu d'un autre domaine, vie réelle ou autre spécialité. Dans ce dernier cas, le sujet peut même être bi-disciplinaire.
- *Un problème mathématique qui a évolué au cours de l'histoire*, ou une notion rattachée à un *intérêt porté à un mathématicien ou une mathématicienne*.
- Un *problème débouchant sur un champ vaste des mathématiques*, avec notamment des changements de registres possibles.
- Un *problème plus modeste, proche du programme*, mais *pour lequel l'élève a un réel intérêt* : ce peut être un point qu'il apprécie sur lequel il a pris du recul, mais aussi un point qui lui a posé des difficultés et qu'il a progressivement cerné.

II Exemples de thèmes (Académie de Strasbourg – Novembre 2020)

Maths pures

<i>Thème</i>	<i>Pistes de travail possibles</i>
Distance d'un point à un plan dans l'espace	Distance entre deux points ; projeté orthogonal ; minimum d'une distance ; travail avec et sans coordonnées ; utilisation du produit scalaire ; application au calcul de volumes particuliers.
Valeurs approchées de pi	Différentes méthodes : Archimède, Monte-Carlo, utilisation d'une valeur approchée d'intégrale... ; comparaison de méthodes ; aspects historiques.
Raisonnement par récurrence	Principe du raisonnement ; aspect historique de la construction de \mathbb{N} ; différentes formes de récurrence ; importance de l'initialisation.
Comportement asymptotique	Définition et étymologie ; lien avec la notion de limite ; droites asymptotes à une courbe ; courbes asymptotes ; notion de comportement asymptotique en statistiques ou probabilités.
Modélisation des jeux de hasard	Aspects historiques : naissance du calcul de probabilités ; vocabulaire associé ; exemples de modélisation de jeux de hasard ; espérance.

Maths et physique/chimie

<i>Thème</i>	<i>Pistes de travail possibles</i>
Mathématiques et composition musicale	Onde périodique ; hauteur d'un son, fréquence fondamentale d'une note, son composé ; harmoniques ; consonances, construction de gammes.
Décrire un mouvement	Vitesse et nombre dérivé ; différentes formes d'équation d'une trajectoire ; chute d'un corps ; trajectoire de planètes ; trajectoires paraboliques.
Décroissance exponentielle	Equation différentielle du 1 ^{er} ordre (homogène ou non) interprétée dans le cadre d'une modélisation ; définition de l'exponentielle ; applications au refroidissement d'un corps, à l'élimination d'un médicament.
Espace des couleurs (d'après manuel <i>Variations Hatier</i>)	Fonctions périodiques, longueurs d'ondes ; espace de couleurs RVB, saturation, luminosité ; chimie des colorants ; création numérique.
Estimer l'incertitude d'une mesure	Paramètres moyenne/écart-type ; fluctuation d'échantillonnage ; somme de variables aléatoires ; valeurs extrêmes ; application à des données expérimentales.

Maths et SES

<i>Thème</i>	<i>Pistes de travail possibles</i>
La convexité en économie (d'après Manuel <i>Indice Bordas</i>)	Lien entre convexité et dérivée. interprétation en termes de ralentissement ou accélération ; fonctions logistiques.
Les inégalités salariales	Traitement statistique de données ; comparaison et effet de structure ; Courbe de Lorenz et coefficient de Gini.
Les résultats des sondages	Population et échantillon ; intervalles de confiance ; loi des grands nombres et biais psychologiques ; effets de probabilités inversées en publicité.
Les évolutions démographiques	Modèles proie-prédateurs ; modèles de Verhulst ou Gompertz ; modèle historique de Malthus.

Maths et SVT

<i>Thème</i>	<i>Pistes de travail possibles</i>
Les tests de dépistage	Probabilités conditionnelles ; formule de Bayes ; valeur prédictive d'un test en fonction de la prévalence.
Evolution génétique	Modèle de Hardy-Weinberg ; dérive génétique.
Modélisation d'une épidémie	Suites conjointes ; modèle SIR, utilisation d'un tableur ; notion de système différentiel ; interprétation et influence des paramètres.
La décroissance radioactive	Modélisation par des suites ; équation différentielle associée ; fonction exponentielle ; méthode d'Euler ; Applications : scintigraphie, différentes méthodes de datation.

Maths et humanités

<i>Thème</i>	<i>Pistes de travail possibles</i>
Mathématiques et procédés littéraires	Vocabulaire "parabole, hyperbole, ellipse" en reliant l'excentricité et l'usage en littérature ; syllogisme et éloquence ; Lewis Carroll et la logique.
Mathématiques et poésie	Utilisation de symétries, aléatoire, dénombrement en poésie ; exemples dans le mouvement Oulipo.
Le nombre d'or	Rectangle d'or, suites de Fibonacci ; applications en architecture, peinture ; homme de Vitruve.
Les paradoxes	Les nombres irrationnels ; paradoxes de Zénon d'Elée en lien avec l'infini ; énoncés contradictoires et crise des fondements en mathématiques. Paradoxe du duc de Toscane.

Maths et histoire - géopolitique

<i>Thème</i>	<i>Pistes de travail possibles</i>
Mathématiques et décisions politiques	Prise de décision à partir d'un échantillon dans un cadre sanitaire ; modèles d'évolution du climat ; détecter des fraudes électorales.
Histoire d'une notion	Conflit Newton-Leibniz au sujet de la dérivée ; Machine Enigma et Alan Turing ; les tables de logarithme et Neper ; la théorie du chaos ; apparition du symbole pour l'infini.
Femmes mathématiciennes	Hypatie ; Sophie Germain ; Florence Nightingale ; Emmy Noether ; Ada Lovelace.

Maths et SI

<i>Thème</i>	<i>Pistes de travail possibles</i>
Asservissement	Thermostat ; imprimante 3D.
Les mathématiques du vélo	
Sections de solides	Intersections de plans dans l'espace ; travail avec ou sans coordonnées ; sections de solides particuliers ; représentation.

Maths et NSI

<i>Thème</i>	<i>Pistes de travail possibles</i>
La complexité des algorithmes	

III Exemples de thèmes/questions (note EN « Grand oral et enseignement de spécialité »)

- Différentes entrées possibles :

- Une notion du programme, point de l'histoire des mathématiques, démonstration : applications des équations différentielles au vélo, modèles d'évolutions et croissance des plantes, la controverse entre Leibniz et Newton ...
- Le lien avec une autre spécialité : mathématiques et finance, mathématiques et infographie, mathématiques et laboratoire de biologie, enjeux algorithmiques dans la construction d'outils connectés, les mathématiques dans les BigData, mathématiques et philosophie (exister, devoir, pouvoir, infini, absurde), de la musique avant toute chose ...
- L'attention portée à une notion pour ses enjeux sociétaux ou dans un parcours d'orientation : modélisations, situations de type « faux positifs », notions vectorielles pour préparer l'algèbre linéaire ...
- Des obstacles didactiques rencontrés et la façon dont ils ont été levés.

- Différents exemples de questions :

- Faut-il croire aux sondages ? Comment interpréter un test médical ? Peut-on gagner à la roulette ? Qu'est-ce qu'un dé équilibré ? Comment piper un dé ? Pourquoi apprendre à calculer des probabilités alors que l'on peut faire des estimations à l'aide d'outils numériques ? En quoi les probabilités peuvent-elles m'aider à prendre du recul sur les événements catastrophiques ?
- Pourquoi les équations différentielles ? Peut-on modéliser toute évolution de population par une équation différentielle ?
- Qu'est-ce qu'une croissance exponentielle ? Qui a inventé les logarithmes ?
- Comment calculer π à un milliard de décimales ? Où se trouve π dans les carrés ?
- Qui a inventé la récurrence ?
- Pourquoi une échelle des monnaies/poids basée sur 1, 2, 5, 10 et pas 1, 3, 6, 12, 24 ?
- Comment les mots des mathématiques voyagent-ils ?
- Mettre la Terre à plat ?
- Quel est le nombre de solutions d'une équation polynomiale de degré 3 ?
- Quelle est la forme de la trajectoire suivie par une sonde envoyée sur Mars ?
- Acheter ou louer son appartement ?