

Note :

**ÉVALUATION de MATHÉMATIQUES**Durée : 45 minutes. Calculatrice AUTORISÉE en mode examen.

Attention à la qualité de la rédaction et à la présentation

**EXERCICE 1**

≈ 15 minutes

On note  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -1 + 90e^{-0,4x}$ .On admet que :  $f$  est dérivable sur  $[0; +\infty[$  et  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1$ .

1. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .
2. En déduire que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution sur  $[0; +\infty[$ , que l'on note  $\alpha$ .
3. À l'aide de votre calculatrice, donner sans justifier un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude  $10^{-3}$ .

**EXERCICE 2**

≈ 20 minutes

Soit  $(u_n)$  la suite définie par :  $u_0 = 5$  et  $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 7$ .

1. Déterminer l'unique réel  $\alpha$  solution de l'équation  $x = \frac{3}{4}x + 7$ .
2. On pose, pour tout entier naturel  $n$  :  $w_n = u_n - \alpha$ .  
Démontrer que  $(w_n)$  est géométrique.
3. En déduire l'expression de  $w_n$  en fonction de  $n$ , puis celle de  $u_n$ .
4. La suite  $(u_n)$  est-elle convergente ? Si oui, déterminer sa limite.