

INTERVALLE(S) DE FLUCTUATION : EXERCICES

~ CORRECTION ~

Exercice 1 *D'après Bac ES (Pondichéry 2014)*

On fait l'hypothèse que le pourcentage de moteurs défectueux dans la production est égal à 1 %.
On note $n=800$ et $p=0,01$: $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$ donc on peut calculer l'intervalle de fluctuation associé au seuil de risque de 5 % :

$$IFA_{0,05} = \left[0,01 - 1,96 \sqrt{\frac{0,01 \times 0,99}{800}} ; 0,01 + 1,96 \sqrt{\frac{0,01 \times 0,99}{800}} \right] \approx [0,00310 ; 0,01690].$$

$\frac{15}{800} = 0,01875 \notin IFA_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5 % de se tromper).

Avec notre analyse, le résultat de ce test remet donc en question l'annonce de l'entreprise.

Exercice 2

$n=120$ et $p=0,05$ donc $n \geq 30$; $np=6$ et $n(1-p)=114$ donc $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$
On peut donc calculer des IFA.

On fait l'hypothèse que le gérant a raison.

L'intervalle de fluctuation asymptotique associé au seuil de risque de 5 % est :

$$IFA_{0,05} = \left[0,05 - 1,96 \sqrt{\frac{0,05 \times 0,95}{120}} ; 0,05 + 1,96 \sqrt{\frac{0,05 \times 0,95}{120}} \right] \approx [0,011004 ; 0,088996].$$

$\frac{27}{120} = 0,225 \notin IFA_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5 % de se tromper).

Avec notre analyse, Julie peut penser que l'affirmation du gérant est probablement fausse.

Exercice 3

$n=2500$ et $p=0,25$ donc $n \geq 30$; $np=625$ et $n(1-p)=1875$ donc $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$
On peut donc calculer des IFA.

On fait l'hypothèse qu'un quart de la population des mouches a des yeux bruns.

L'intervalle de fluctuation asymptotique associé au seuil de risque de 5 % est :

$$IFA_{0,05} = \left[0,25 - 1,96 \sqrt{\frac{0,25 \times 0,75}{2500}} ; 0,25 + 1,96 \sqrt{\frac{0,25 \times 0,75}{2500}} \right] \approx [0,2330 ; 0,2670].$$

$\frac{633}{2500} = 0,2532 \in IFA_{0,05}$ donc on accepte l'hypothèse (on ne peut pas quantifier l'erreur !).

Avec notre analyse, la généticienne peut penser que son hypothèse est probablement vraie.

Exercice 4

$n=177$ et $p=0,97$ donc $n \geq 30$; $np=171,69$ et $n(1-p)=5,31$ donc $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$
On peut donc calculer des IFA.

1. a) Intervalle de fluctuation asymptotique de la fréquence des personnes satisfaites au seuil de 99 % : $IFA_{0,01} = \left[0,97 - 2,58 \sqrt{\frac{0,97 \times 0,03}{177}} ; 0,97 + 2,58 \sqrt{\frac{0,97 \times 0,03}{177}} \right] \approx [0,9369 ; 1]$

b) $\frac{166}{177} \approx 0,9379 \in IFA_{0,01}$ donc on accepte l'hypothèse (on ne peut pas quantifier l'erreur !).

2. Intervalle de fluctuation asymptotique de la fréquence des personnes satisfaites au seuil de 95 % :
 $IFA_{0,05} = \left[0,97 - 1,96 \sqrt{\frac{0,97 \times 0,03}{177}} ; 0,97 + 1,96 \sqrt{\frac{0,97 \times 0,03}{177}} \right] \approx [0,9448 ; 0,9952]$

$\frac{166}{177} \approx 0,9379 \notin IFA_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5 % de se tromper).

Exercice 5 D'après Bac ES (Asie 2014)

Dans cette partie, les valeurs numériques sont arrondies au centième.

Dans un établissement, parmi les 224 étudiants inscrits à la préparation à ce concours, 26 % ont été admis à la session de mai 2013.

On admet que dans cette population, on a également 60 % des personnes qui se présentaient pour la première fois.

Le directeur de l'établissement prétend que ce résultat, supérieur au taux de réussite global de 22 %, ne peut être simplement dû au hasard et il affirme que la qualité de l'enseignement dispensé dans son établissement a permis à ses élèves de mieux réussir que l'ensemble des candidats.

1. $n=224$ et $p=0,22$ donc $n \geq 30$; $np=49,28$ et $n(1-p)=174,72$ donc $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$
On peut donc calculer des IFA.

Intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % du pourcentage d'étudiants admis dans un groupe de 224 personnes :

$$IFA_{0,05} = \left[0,22 - 1,96 \sqrt{\frac{0,22 \times 0,78}{224}} ; 0,22 + 1,96 \sqrt{\frac{0,22 \times 0,78}{224}} \right] \approx [0,16 ; 0,28]$$

2. $0,26 \in IFA_{0,05}$ donc on accepte l'hypothèse (on ne peut pas quantifier l'erreur !), qui était que la proportion d'étudiants admis dans l'établissement en question était "normal", soit d'environ 22 %.
On peut donc penser que le directeur a probablement tort.

Exercice 6 D'après Bac ES (Nouvelle-Calédonie 2015)

1. $n=80$ et $p=0,86$ donc $n \geq 30$; $np=68,8$ et $n(1-p)=11,2$ donc $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$
On peut donc calculer des IFA.

Intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de pommes conformes contenues dans un lot de 80 pommes :

$$IFA_{0,05} = \left[0,86 - 1,96 \sqrt{\frac{0,86 \times 0,14}{80}} ; 0,86 + 1,96 \sqrt{\frac{0,86 \times 0,14}{80}} \right] \approx [0,783 ; 0,937]$$

2. $\frac{65}{80} \approx 0,8125 \in \text{IFA}_{0,05}$ donc on accepte l'hypothèse (on ne peut pas quantifier l'erreur !), qui était que 86 % des pommes du fournisseur sont conformes.

Exercice 7 *D'après Bac ES (Polynésie 2014)*

$n=81135$ et $p=49,2$ donc $n \geq 30$; $np=39918,42$ et $n(1-p)=41216,58$
donc $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$: on peut donc calculer des IFA.

On fait l'hypothèse que les filles inscrites ne sont pas sous-représentées en CPGE.

L'intervalle de fluctuation associé au seuil de risque de 5 % est :

$$\text{IFA}_{0,05} = \left[0,492 - 1,96 \sqrt{\frac{0,492 \times 0,508}{81135}} ; 0,492 + 1,96 \sqrt{\frac{0,492 \times 0,508}{81135}} \right] \approx [0,4885 ; 0,4955].$$

$\frac{34632}{81135} \approx 0,4268 \notin \text{IFA}_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5 % de se tromper), et on conclut que les filles inscrites en CPGE sont probablement sous-représentées.

Exercice 8 *D'après Bac ES (Amérique du Nord 2014)*

1. Fréquence observée sur l'échantillon prélevé : $\frac{120}{280} \approx 0,4286$

2. $n=280$ et $p=0,6$ donc $n \geq 30$; $np=168$ et $n(1-p)=112$ donc $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$: on peut donc calculer des IFA.

On fait l'hypothèse que les 60 % des appartements sont rentables.

L'intervalle de fluctuation associé au seuil de risque de 5 % est :

$$\text{IFA}_{0,05} = \left[0,6 - 1,96 \sqrt{\frac{0,6 \times 0,4}{280}} ; 0,6 + 1,96 \sqrt{\frac{0,6 \times 0,4}{280}} \right] \approx [0,5426 ; 0,6574].$$

$0,4286 \notin \text{IFA}_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5 % de se tromper), et on conclut que le gérant a probablement tort.

Exercice 9 *Prédire une naissance prématurée ?*

$n=400$ et $p=0,06$: $n \geq 30$; $np=24 \geq 5$; $n(1-p)=376 \geq 5$.

Sous l'hypothèse que la proportion de prématurés dans l'échantillon est la même que dans la population générale, on détermine l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 : $\approx [0,036 ; 0,084]$.

On calcule la valeur observée de proportion de prématurés dans l'échantillon et on obtient 0,125. Cette valeur n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, donc on rejette l'hypothèse posée ($p=0,06$), avec un risque de se tromper de 5 %.

Les chercheurs concluent donc que la proportion d'enfants prématurés n'est pas de 6 % chez les femmes ayant eu un travail pénible pendant leur grossesse : on ne peut pas conclure ici que la proportion d'enfants prématurés est plus élevée chez les femmes ayant eu un travail pénible...