

1e 26 / 01 / 2022

EXERCICE 1 ≈ 5 minutes

$$-7y' + 12y = 0 \Leftrightarrow y' = \frac{12}{7}y$$

donc les solutions de cette équation différentielle sont les fonctions $x \mapsto k e^{\frac{12}{7}x}$ ($k \in \mathbb{R}$).

EXERCICE 2 ≈ 5 minutes

$$-9y' - 13y = 3 \Leftrightarrow y' = -\frac{13}{9}y - \frac{1}{3}$$

donc les solutions de cette équation différentielle sont les fonctions $x \mapsto k e^{-\frac{13}{9}x} - \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{13}{9}}$ ($k \in \mathbb{R}$)

c'est-à-dire les fonctions $x \mapsto k e^{-\frac{13}{9}x} - \frac{3}{13}$ ($k \in \mathbb{R}$).

EXERCICE 3 ≈ 15 minutes

• $f(x) = 5 \times \left(-\frac{1}{x^2}\right) - 11x^2 - 7x$ donc une primitive de f est

$$F(x) = 5 \times \frac{1}{x} - 11 \times \frac{1}{3}x^3 - 7 \times \frac{1}{2}x^2 \text{ ie } F(x) = \frac{5}{x} - \frac{11}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2$$

• $g(x) = \frac{-28x-6}{(-7x^2-3x+4)^2} = 2 \times \frac{-14x-3}{(-7x^2-3x+4)^2}$ donc g est de la forme $2 \frac{u'}{u^2}$ donc une primitive de g

est $2 \left(-\frac{1}{u}\right)$: $G(x) = \frac{-2}{-7x^2-3x+4}$

• $h(x) = (-2x-1)(x+3) = \dots = -2x^2 - 7x - 3$ donc une primitive de h est

$$H(x) = -2 \times \frac{1}{3}x^3 - 7 \times \frac{1}{2}x^2 - 3x \text{ ie } H(x) = -\frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 3x$$

• $p(x) = 3 - 2e^{-7x+3} = 3 + \frac{2}{7} \times (-7)e^{-7x+3}$ donc p est de la forme $3 + \frac{2}{7}u'e^u$

donc une primitive de p est $P(x) = 3x + \frac{2}{7}e^{-7x+3}$

• $r(x) = (x^2+1)e^{x^3+3x} = \frac{1}{3} \times (3x^2+3)e^{x^3+3x}$ donc r est de la forme $\frac{1}{3} \times u'e^u$

donc une primitive de p est $R(x) = \frac{1}{3}e^{x^3+3x}$

EXERCICE 4

≈ 5 minutes

1. $\forall x \in]3; +\infty[$, $f(x) = \frac{7}{(x-1)^2} = 7 \times \frac{1}{(x-1)^2}$ donc f est de la forme $7 \times \frac{u'}{u^2}$

donc une primitive de f est de la forme $7 \times \left(-\frac{1}{u}\right)$, c'est-à-dire $\frac{-7}{x-1}$.

2. Les solutions de l'équation différentielle $y' = f$ sont donc les fonctions $x \mapsto \frac{-7}{x-1} + k$ ($k \in \mathbb{R}$).