

GÉOMÉTRIE VECTORIELLE : EXERCICES

Exercice 1 (correction : <https://youtu.be/mhp7ykHAK1A>)

ABCDEFGH est un cube.

Pour tout réel t , on définit les points M et N par :

$$\overrightarrow{HM} = t \overrightarrow{HA} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{DN} = t \overrightarrow{DB} .$$

1. Que décrivent les points M et N lorsque t décrit \mathbb{R} ?
2. On appelle I le milieu de [MN].
Que décrit le point I lorsque t décrit \mathbb{R} ?
3. Représenter le cube et le lieu des points I lorsque t décrit \mathbb{R} .

Exercice 2 1 point et un vecteur directeur

On munit l'espace d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

Donner une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point $A(2; 1; 3)$ et admettant $\vec{u}(5; 2; 3)$ comme vecteur directeur.

Exercice 3 2 points

On munit l'espace d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

Donner une représentation paramétrique de la droite passant par les points $A(1; -2; 3)$ et $B(3; 2; -1)$.

Exercice 4 1 point et parallèle à une droite

On munit l'espace d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

Donner une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point $A(0; -1; 2)$ et parallèle à la droite passant par les points $B(-1; 2; 3)$ et $C(1; 1; 4)$.

Exercice 5

On munit l'espace d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

Soit (d) la droite dont une représentation paramétrique est :
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 - t \end{cases} .$$

1. Donner les coordonnées de deux points appartenant à (d).
2. Préciser les coordonnées du point de (d) ayant 2 pour abscisse.
3. Le point de coordonnées $(-5; 9; 4)$ appartient-il à (d) ?
4. Donner un vecteur directeur de (d).
5. Donner le vecteur directeur de (d) de cote 7.

Exercice 6

On munit l'espace d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

Soient (d) et (d') les droites de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+t \\ z=1+t \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x=-1+3t' \\ y=-2+t' \\ z=t' \end{cases} .$$

1. Démontrer que les droites (d) et (d') sont sécantes.
2. Préciser les coordonnées de leur point d'intersection.

Exercice 7

On munit l'espace d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

Soient (d) et (d') les droites de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x=1-mt \\ y=1+t \\ z=-3+t \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x=-2m^2-t' \\ y=2+2t' \\ z=t' \end{cases} .$$

Déterminer, suivant les valeurs du paramètre réel m , l'intersection des deux droites.

Exercice 8

Dans l'espace, on considère un tétraèdre ABCD dont les faces ABC, ACD et ABD sont des triangles rectangles et isocèles en A. On désigne par E, F et G les milieux respectifs des côtés [AB], [BC] et [CA].

On choisit AB pour unité de longueur et on se place dans le repère orthonormé $(A; \vec{AB}; \vec{AC}; \vec{AD})$ de l'espace.

On désigne par P le plan qui passe par A et qui est orthogonal à la droite (DF).

On note H le point d'intersection du plan P et de la droite (DF).

1. Donner les coordonnées des points D et F.
2. Donner une représentation paramétrique de la droite (DF).
3. On admet¹ qu'une représentation paramétrique du plan P est :

$$\begin{cases} x=t+t' \\ y=t+5t' \\ z=t+3t' \end{cases}, t \in \mathbb{R}, t' \in \mathbb{R}.$$

Calculer les coordonnées du point H.

4. Démontrer que l'angle \widehat{EHG} est droit.

D'après Bac S (Métropole juin 2014)

Exercice 9

On munit l'espace d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ dans lequel on place $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 1; 1)$, $C(1; 0; -1)$ et $D(-1; 2; 3)$.

Étudier l'intersection de la sphère de diamètre [AB] et de la droite (CD).

¹ On pourra le démontrer prochainement en utilisant le produit scalaire dans l'espace