

DEVOIR SURVEILLE de MATHÉMATIQUES n°4

Durée : 1h50 minutes. Calculatrice autorisée.

La propreté de la copie, la clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie.
Un barème sur 40 est mentionné à titre *indicatif*.

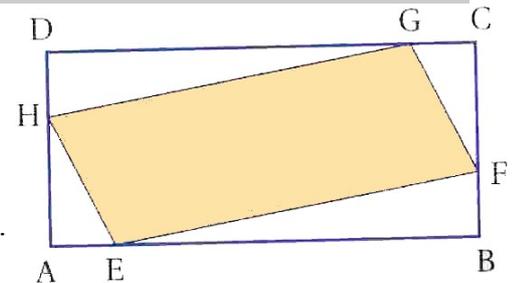
SUJET À RENDRE AVEC VOTRE FEUILLE

Bon courage.

Exercice 1 [..... / 14,5 (1,5 + (2 + 2 + 1) + (3 + 1 + 3 + 1))]

env. 40 min

On considère un rectangle ABCD avec $AB = 10$ et $BC = 2$.
On place les points E, F, G et H situés respectivement sur les segments [AB], [BC], [CD] et [DA] tels que :
 $AE = BF = CG = DH$.



On admet que la quadrilatère EFGH ainsi formé est un parallélogramme.

L'objectif de cet exercice est de déterminer l'aire minimale de ce parallélogramme EFGH.

On pose : $x = AE$ et on note $f(x)$ l'aire du parallélogramme EFGH. On a alors : $0 \leq x \leq 2$.

1. Réaliser rapidement, à main levée mais proprement, trois figures qui « présentent » le problème.

2. a) Montrer que la somme des aires des triangles EBF et GDH vaut $10x - x^2$.

Pour la suite du problème, on admet que la somme des aires des triangles HAE et FCG vaut $2x - x^2$.

b) Montrer que : $f(x) = 2x^2 - 12x + 20$.

c) Démontrer que : $f(x) = 2(x-3)^2 + 2$.

3. a) Démontrer que : $f(x) - f(2) = 2(x-2)(x-4)$.

b) Lorsque $x \in [0 ; 2]$ (c'est-à-dire $0 \leq x \leq 2$), quel est le signe de $x-2$? Celui de $x-4$?

c) Que peut-on en déduire sur le minimum de f sur $[0 ; 2]$?

d) Tracer la figure telle que l'aire du quadrilatère EFGH soit minimale.

Exercice 2 [..... / 6,5 (2 + 2 + 2,5)]

env. 20 min

Résoudre les équations suivantes dans l'ensemble des nombres réels.

a) $(-7x+8)^2 = (-6x-5)^2$

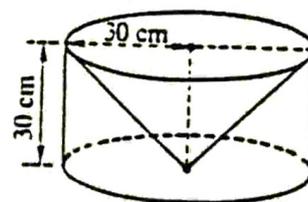
b) $(-2x+7)(3x+1) = (-2x+3)(-2x+7)$.

c) $\frac{1}{2x+3} = \frac{3}{-x+4}$.

Exercice 3 [..... / 4,5 (2,5 + 1 + 1)]

env. 10 min

Un solide a la forme d'un cylindre de révolution de rayon et hauteur égaux à 30 cm dans lequel on a créé une cavité conique de hauteur et rayon égaux aussi à 30 cm.



1. Calculer le volume de ce solide.

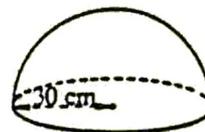
On donnera une valeur exacte, puis une valeur approchée arrondie à $0,1 \text{ cm}^3$.

2. a) Comparer ce volume à celui d'une demi-boule de rayon 30 cm.

b) On rappelle que : 1 m^3 correspond à 1000 litres.

Combien de litres (L) d'eau peut-on verser dans cette demi-boule ?

On donnera une valeur exacte, puis une valeur approchée arrondie au cL.

**Exercice 4** [..... / 3]

env. 10 min

La pièce de 2 € est assimilée à un cylindre de révolution de diamètre de 25,75 mm, une épaisseur de 2,20 mm et une masse de 8,5 g.

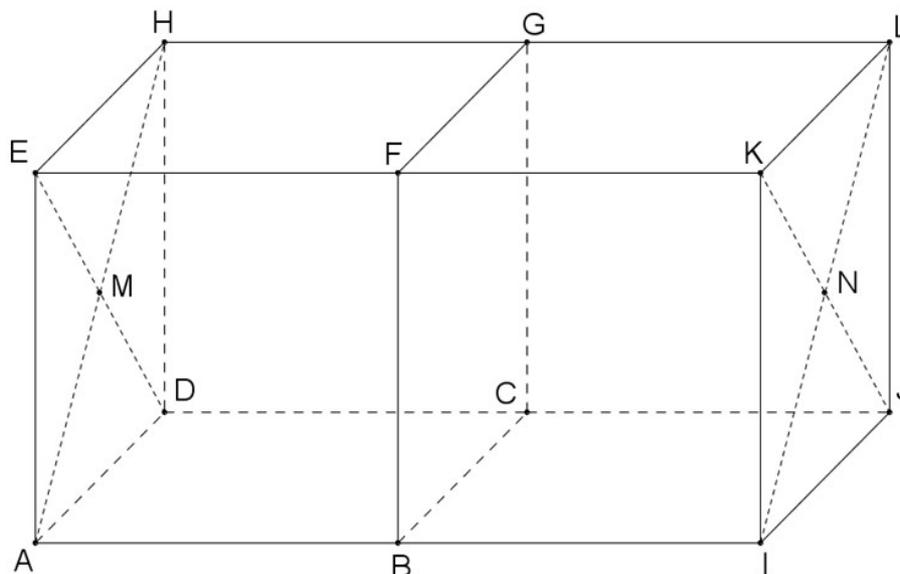
On considère un salon « classique » (pavé droit) dont le sol a pour dimensions 5,15 m et 3,09 m, et dont la hauteur au plafond est de 2,50 m.

La somme que l'on peut stocker dans ce salon en alignant les pièces « côtes à côtes » (à plat, les pièces non posées sur leur tranche) est proche de :

10 000 euros	<input type="checkbox"/>	35 millions d'euros	<input type="checkbox"/>
35 000 euros	<input type="checkbox"/>	55 millions d'euros	<input type="checkbox"/>
55 000 euros	<input type="checkbox"/>	69 millions d'euros	<input type="checkbox"/>
690 000 euros	<input type="checkbox"/>	100 millions d'euros	<input type="checkbox"/>
1 million d'euros	<input type="checkbox"/>	1 milliard d'euros	<input type="checkbox"/>

Justifier ici par tous vos calculs (mettre les unités), sans les expliquer :

On considère deux cubes identiques, ABCDEFGH et BIJCFKLG, dont une représentation en perspective cavalière est ci-dessous. Sur la représentation du cube en perspective cavalière ci contre, on a dessiné le point M, centre du carré ADHE, et le point N, centre du carré IJLK.



Partie A

Pour chaque proposition, dire si elle vous semble vraie ou fausse, en cochant une des cases.

Attention : une réponse fausse **enlève des points** (barème possible : une réponse juste rapporte 0,5 point; une réponse fausse enlève 0,25 point) et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à la partie A est ramenée à 0.

(MG) et (BL) sont coplanaires	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux
(EG) et (DB) sont parallèles	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux
(CI) et (GL) sont coplanaires	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux
A appartient au plan (GBD)	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux
(IF) et (BG) sont sécantes	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux
(AC) et (IJ) sont coplanaires	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux

Partie B

Compléter le tableau ci-dessous, en indiquant l'ensemble d'intersection des deux plans.

Dans cette partie, une réponse fausse n'enlève pas de point.

Exemple : les plans (HGF) et (FGC) sont sécants en (FG); leur ensemble d'intersection est donc la droite (FG)...

intersection ↗	\emptyset	un point	une droite	un plan
(HGF) et (FGC)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> (FG)	<input type="checkbox"/>
(EFH) et (IKG)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(EDJ) et (HAI)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(ELK) et (GFH)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Même consigne, cette fois en indiquant l'ensemble d'intersection de la droite et du plan.

(CG) et (JKE)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(AC) et (DBJ)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(DI) et (HGF)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1. On considère la série statistique définie par ce tableau :

Valeur	1	2	4	6	7	10	24
Effectif	3	5	15	13	10	3	1

Dans chaque cas, cocher la réponse correcte.

Attention : une réponse fausse **enlève des points** (barème possible : une réponse juste rapporte 0,5 point ; une réponse fausse enlève 0,25 point) et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

L'étendue de cette série est :	<input type="checkbox"/> 14	<input type="checkbox"/> 15	<input type="checkbox"/> 23	<input type="checkbox"/> 50
La moyenne de cette série est :	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5,5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7,7
L'effectif cumulé croissant en 4 est :	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 15	<input type="checkbox"/> 23	<input type="checkbox"/> 27
La médiane de cette série est :	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5,5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 8
Le premier quartile de cette série est :	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 13
La fréquence de 4 est :	<input type="checkbox"/> 0,08	<input type="checkbox"/> 0,3	<input type="checkbox"/> 0,46	<input type="checkbox"/> 30

2. Une étude statistique portant sur les tailles, en mètre, des 35 élèves d'une classe a donné les résultats suivants :
 minimum : 1,54 m ; moyenne : 1,73 m ; médiane : 1,75 m ;
 premier quartile : 1,65 m ; troisième quartile : 1,82 m.

Répondre aux affirmations par « vrai » (V), « faux » (F) ou « on ne peut pas savoir » (ONPPS).

Attention : une réponse fausse **enlève des points** (barème possible : une réponse juste rapporte 0,5 point ; une réponse fausse enlève 0,25 point) et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

L'élève le plus grand mesure 1,90 m.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ONPPS
La somme des tailles de tous les élèves est 100 m.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ONPPS
Il y a exactement autant d'élèves qui ont une taille inférieure ou égale à 1,75 m que d'élèves qui ont une taille supérieure ou égale à 1,75 m.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ONPPS
30 % des élèves ont une taille inférieure ou égale à 1,67 m.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ONPPS
75 % des élèves ont une taille inférieure ou égale à 1,82 m.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> ONPPS