SUITES EXERCICES DE BAC ES

EXERCICE 1

Amérique du Nord 2016 (2 obligatoire)

Une société propose un service d'abonnement pour jeux vidéo sur téléphone mobile.

Le 1^{er} janvier 2016, on compte 4 000 abonnés.

À partir de cette date, les dirigeants de la société ont constaté que d'un mois sur l'autre, 8 % des anciens joueurs se désabonnent mais que, par ailleurs, 8 000 nouvelles personnes s'abonnent.

1. Calculer le nombre d'abonnés à la date du 1er février 2016.

Pour la suite de l'exercice, on modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre de milliers d'abonnés au bout de n mois après le 1^{er} janvier 2016.

La suite (u_n) est donc définie par : $u_0 = 4$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0.92u_n + 8$.

2. On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES

N est un nombre entier naturel

U est un nombre réel

TRAITEMENT

U prend la valeur 4

N prend la valeur 0

Tant que U < 40

U prend la valeur $0.92 \times U + 8$

N prend la valeur N+1

Fin Tant que

SORTIE

Afficher N

a) Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Les valeurs de U seront arrondies au dixième.

Valeur de <i>U</i>	4	• • •	•••
Valeur de N	0		
Condition $U < 40$	vraie		

- b) Donner la valeur affichée en sortie par cet algorithme et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- 3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n 100$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,92 et calculer son premier terme v_0 .
 - b) Donner l'expression de v_n en fonction de n.
 - c) En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 100 96 \times 0.92^n$.
- 4. En résolvant une inéquation, déterminer la date (année et mois) à partir de laquelle le nombre d'abonnés devient supérieur à 70 000.

Amérique du Sud 2016 (3 obligatoire)

EXERCICE 2

Le gérant d'un hôtel situé dans la ville de Lyon étudie la fréquentation de son établissement afin de prévoir au mieux son budget pour les années futures.

Le 5 décembre 1998, le site historique de Lyon a été inscrit au patrimoine mondial de l'UNESCO et l'hôtel a vu son nombre de clients augmenter significativement comme l'indique le tableau ci-dessous :

Année	1997	1998	1999	2000
Nombre de clients	950	1 105	2 103	2 470

1. Déterminer le pourcentage d'augmentation du nombre de clients entre 1997 et 2000.

Par ailleurs, depuis le 1^{er} janvier 2000, une étude statistique a permis de mettre en évidence que, chaque année, l'hôtel compte 1 200 nouveaux clients et que 70 % des clients de l'année précédente reviennent.

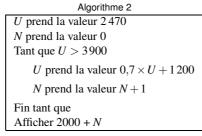
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre total de clients de l'hôtel durant l'année 2000 + n.

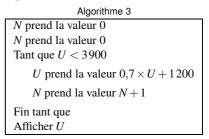
On a ainsi $u_0 = 2470$ et, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0.7u_n + 1200$.

- 2. Déterminer le nombre total de clients durant l'année 2001.
- 3. Le gérant de l'hôtel souhaite déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de clients annuel dépassera 3 900.

Indiquer, en justifiant, lequel des algorithmes suivants donne l'année correspondante.

Algorithme 1
U prend la valeur 2 470
N prend la valeur 0
Tant que $U < 3900$
U prend la valeur $0.7 \times U + 1200$
N prend la valeur $N+1$
Fin tant que
Afficher $2000 + N$





- 4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n 4000$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison q = 0.7 et préciser le premier terme.
 - b) Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
 - c) Justifier que $u_n = 4000 1530 \times 0.7^n$ pour tout entier naturel n.
 - d) Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de clients a dépassé 3 900.
- 5. À long terme, déterminer le nombre de clients que le gérant de l'hôtel peut espérer avoir chaque année.

Antilles Guyane 2016 (4)

EXERCICE 3

Afin de lutter contre la pollution de l'air, un département a contraint dès l'année 2013 certaines entreprises à diminuer chaque année la quantité de produits polluants qu'elles rejettent dans l'air.

Ces entreprises ont rejeté 410 tonnes de ces polluants en 2013 et 332 tonnes en 2015. On considère que le taux de diminution annuel de la masse de polluants rejetés est constant.

- 1. Justifier que l'on peut considérer que l'évolution d'une année sur l'autre correspond à une diminution de 10 %
- 2. En admettant que ce taux de 10 % reste constant pour les années à venir, déterminer à partir de quelle année la quantité de polluants rejetés par ces entreprises ne dépassera plus le seuil de 180 tonnes fixé par le conseil départemental.

Antilles Guyane septembre 2016 (4)

EXERCICE 4

Une association confectionne et porte, chaque jour, à domicile des repas à des personnes dépendantes. En 2015, 600 personnes étaient abonnées à ce service.

Pour étudier son développement, cette association a fait une enquête selon laquelle l'évolution peut être modélisée de la façon suivante :

- Chaque année, 5 % des abonnements ne sont pas renouvelés.
- Chaque année, on compte 80 nouveaux abonnements à ce service.
- 1. Pour suivre l'évolution du nombre d'abonnés, un gestionnaire réalise l'algorithme suivant :

Variables n et U sont des nombres

Traitement : Affecter à U la valeur 600Affecter à n la valeur 0Tant que U < 800 faire U prend la valeur $U - U \times 0.05 + 80$ U prend la valeur $U + U \times 0.05 + 80$ U prend la valeur $U + U \times 0.05 + 80$ U prend la valeur U

a) Recopier puis compléter, en le prolongeant avec autant de colonnes que nécessaire, le tableau ci-dessous (arrondir les valeurs calculées à l'unité).

valeur de U	600	• • •
valeur de <i>n</i>	0	•••
test $U < 800$	vrai	• • •

- b) Déterminer la valeur affichée en fin d'exécution de l'algorithme.
- c) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- 2. Cette évolution peut s'étudier à l'aide d'une suite (u_n) où u_n est le nombre d'abonnés pendant l'année 2015 + n.

On a ainsi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0.95u_n + 80$ et $u_0 = 600$.

- a) Donner u_1 et u_2 (arrondir les valeurs à l'unité).
- b) On introduit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n 1600$.

Montrer que (v_n) est une suite géométrique.

Préciser la raison et le premier terme de cette suite.

- c) En déduire que l'on a, pour tout entier naturel n, $u_n = 1600 1000 \times 0.95^n$.
- 3. La taille des locaux ne permet pas de servir plus de 1 000 repas.

Si cette évolution se poursuit au même rythme, l'association devra-t-elle envisager un jour des travaux d'agrandissement?

Asie 2016 (3 obligatoire)

EXERCICE 5

Le 1^{er} septembre 2015, un ensemble scolaire compte 3 000 élèves. Une étude statistique interne a montré que chaque 1^{er} septembre :

- 10 % de l'effectif quitte l'établissement;
- 250 nouveaux élèves s'inscrivent.

On cherche à modéliser cette situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre d'élèves le 1^{er} septembre de l'année 2015 + n.

- 1. Justifier qu'on peut modéliser la situation avec la suite (u_n) telle que $u_0 = 3000$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0.9u_n + 250$.
- 2. Pour tout entier naturel *n*, on pose $v_n = u_n 2500$.
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,9. Préciser v_0 .
 - b) Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 500 \times 0.9^n + 2500$.
- 3. Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} u_n = -50 \times 0.9^n$. En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .
- 4. La capacité optimale d'accueil est de 2 800 élèves. Ainsi, au 1^{er} septembre 2015, l'ensemble scolaire compte un sureffectif de 200 élèves.

Écrire un algorithme permettant de déterminer à partir de quelle année, le contexte restant le même, l'ensemble scolaire ne sera plus en sureffectif.

Centres étrangers 2016 (3 obligatoire)

EXERCICE 6

Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger.

Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6 %.

PARTIE A

On modélise le nombre de films proposés par une suite géométrique (u_n) où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site. On a donc $u_0 = 500$.

- 1. Calculer u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.
- 2. Exprimer u_n en fonction de n.
- 3. Déterminer la limite de la suite (u_n) .

PARTIE B

Dans cette partie, on souhaite déterminer à partir de combien de mois le site aura doublé le nombre de films proposés par rapport au nombre de films proposés à l'ouverture.

1

1. On veut déterminer cette valeur à l'aide d'un algorithme.

Recopier et compléter les lignes L3, L5 et L7 pour que l'algorithme donne le résultat attendu.

L1:	Initialisation	Affecter à U la valeur 500
L2:		Affecter à N la valeur 0
L3:	Traitement	Tant que $U \dots$
L4:		Affecter à N la valeur N +
L5:		Affecter à U la valeur
L6:		Fin Tant que
L7:	Sortie	Afficher

2. On veut maintenant utiliser une méthode algébrique Calculer le nombre de mois recherché.

PARTIE C

En raison d'une offre de bienvenue, le nombre d'abonnés au lancement est 15 000. Sur la base des premiers mois, on estime que le nombre des clients abonnés au site évolue suivant la règle suivante : chaque mois, 10% des clients se désabonnent et 2 500 nouveaux abonnés sont enregistrés. On note v_n l'estimation du nombre d'abonnés n mois après l'ouverture, on a ainsi $v_0 = 15000$.

- 1. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $v_{n+1} = 0.9 \times v_n + 2500$.
- 2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n 25\,000$.
 - a) Montrer que la suite (w_n) est géométrique de raison 0,9 et préciser son premier terme.
 - b) En déduire que, pour tout entier n, $v_n = 25\,000 10\,000 \times 0.9^n$.
 - c) Peut-on prévoir, à l'aide de ce modèle, une stabilisation du nombre d'abonnés sur le long terme ? Justifier la réponse.

France métropolitaine, La Réunion 2016 (2 obligatoire)

EXERCICE 7

Un loueur de voitures dispose au 1er mars 2015 d'un total de 10 000 voitures pour l'Europe.

Afin d'entretenir son parc, il décide de revendre, au 1^{er} mars de chaque année, 25 % de son parc automobile et d'acheter 3 000 voitures neuves.

On modélise le nombre de voitures de l'agence à l'aide d'une suite :

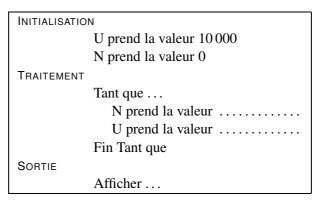
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de voitures présentes dans le parc automobile au 1^{er} mars de 1'année 2015 + n.

On a donc $u_0 = 10000$.

- 1. Expliquer pourquoi pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0.75u_n + 3000$.
- 2. Pour tout entier naturel n, on considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n 12\,000$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser son premier terme.
 - b) Exprimer v_n en fonction de n. Déterminer la limite de la suite (v_n) .
 - c) Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_n = 12000 2000 \times 0.75^n$.
 - d) En vous appuyant sur les réponses données aux deux questions précédentes, que pouvez-vous conjecturer sur le nombre de voitures que comptera le parc automobile de ce loueur au bout d'un grand nombre d'années?
- 3. On admet dans cette question que la suite (u_n) est croissante.

On aimerait déterminer l'année à partir de laquelle le parc automobile comptera au moins 11 950 voitures.

a) Recopier l'algorithme suivant et compléter les pointillés afin qu'il permette de répondre au problème posé.



- b) À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année recherchée.
- c) Retrouver ce résultat en résolvant l'inéquation $12\,000 2\,000 \times 0.75^n \ge 11\,950$.

France métropolitaine, La Réunion septembre 2016 (3 obligatoire)

EXERCICE 8

Le 31 décembre 2015 une forêt comportait 1500 arbres. Les exploitants de cette forêt prévoient que chaque année, 5% des arbres seront coupés et 50 arbres seront plantés.

On modélise le nombre d'arbres de cette forêt par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n est le nombre d'arbres au 31 décembre de l'année (2015 + n). Ainsi $u_0 = 1500$.

PARTIE A

- 1. Calculer u_1 et u_2 .
- 2. Justifier que pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0.95 \times u_n + 50$.
- 3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n 1000$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
 - b) Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 1000 + 500 \times 0.95^n$.
 - c) En déduire le nombre d'arbres prévisibles dans cette forêt le 31 décembre 2030.

PARTIE B

Les arbres coupés dans cette forêt sont utilisés pour le chauffage. Le prix d'un stère de bois (unité de volume mesurant le bois) augmente chaque année de 3%.

Au bout de combien d'années le prix d'un stère de bois aura-t-il doublé?

EXERCICE 9

L'entreprise PiscinePlus, implantée dans le sud de la France, propose des contrats annuels d'entretien aux propriétaires de piscines privées.

Le patron de cette entreprise remarque que, chaque année, 12 % de contrats supplémentaires sont souscrits et 6 contrats résiliés. Il se fonde sur ce constat pour estimer le nombre de contrats annuels à venir.

En 2015, l'entreprise PiscinePlus dénombrait 75 contrats souscrits.

On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de contrats souscrits auprès de l'entreprise PiscinePlus l'année 2015 + n. Ainsi, on a $u_0 = 75$.

- 1. a) Estimer le nombre de contrats d'entretien en 2016.
 - b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 1.12u_n 6$.
- 2. L'entreprise PiscinePlus peut prendre en charge un maximum de 100 contrats avec son nombre actuel de salariés. Au-delà, l'entreprise devra embaucher davantage de personnel.

On cherche à connaître en quelle année l'entreprise devra embaucher. Pour cela, on utilise l'algorithme suivant :

L1	Variables:	<i>n</i> est un nombre entier naturel
L2		U est un nombre réel
L3		Traitement : Affecter à <i>n</i> la valeur 0
L4		Affecter à U la valeur 75
L5		Tant que $U \leq 100$ faire
L6		n prend la valeur $n+1$
L7		U prend la valeur $1{,}12U - 6$
L8		Fin Tant que
L9	Sortie:	Afficher

- a) Recopier et compléter la ligne L9.
- b) Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour permettre la réalisation de l'algorithme ci-dessus. On arrondira les résultats à l'unité.

Valeur de <i>n</i>	0	
Valeur de <i>U</i>	75	

- c) Donner la valeur affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme puis interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.
- 3. On rappelle que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 1{,}12u_n 6$ et $u_0 = 75$.

On pose pour tout entier naturel $n: v_n = u_n - 50$.

- a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
- b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis montrer que, pour tout entier naturel n, on a

$$u_n = 25 \times 1,12^n + 50.$$

- c) Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n > 100$.
- d) Quel résultat de la question 2 retrouve-t-on?

EXERCICE 10

PARTIE A

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 350$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0.5u_n + 100$.

- 1. Calculer u_1 et u_2 .
- 2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par : $w_n = u_n 200$.
 - a) Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Démontrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = 200 + 150 \times 0.5^n$.

PARTIE B

Une commune propose aux enfants d'adhérer à une association sportive. Au premier septembre 2015 le nombre d'enfants inscrits dans cette association est 500 dont 350 filles.

Les statistiques relatives aux années précédentes nous amènent, pour l'évolution du nombre d'adhérents lors des prochaines années à la modélisation suivante :

- Chaque année, la moitié des filles inscrites l'année précédente ne renouvellent pas leur inscription; par ailleurs l'association accueille chaque année 100 nouvelles filles.
- D'une année à l'autre, le nombre de garçons inscrits à l'association augmente de 10 %.
- 1. On représente l'évolution du nombre de filles inscrites dans ce club par une suite (F_n) où F_n désigne le nombre de filles adhérentes à l'association en l'année 2015 + n. On a donc $F_0 = 350$.
 - Pour tout entier naturel n, exprimer F_{n+1} en fonction de F_n .
- 2. On représente l'évolution du nombre de garçons inscrits dans ce club par une suite (G_n) , où G_n désigne le nombre de garçons adhérents à l'association l'année 2015 + n.
 - a) Pour tout entier naturel n, exprimer G_n en fonction de n.
 - b) À partir de quelle année le club comptera-t-il plus de 300 garçons?
- 3. On souhaite savoir à partir de quelle année le nombre de garçons, dans cette association, va dépasser celui des filles. On propose l'algorithme suivant :

INITIALISATION

Affecter à n la valeur 0Affecter à G la valeur 150Affecter à F la valeur 350TRAITEMENT

Tant que $G \leqslant F$ n prend la valeur n+1 G prend la valeur 1,1G F prend la valeur 0,5F+100Fin Tant que

SORTIE

Afficher le nombre n

a) Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à l'unité.

Valeur de <i>n</i>	0	1		
Valeur de G	150	•••		
Valeur de F	350	•••	•••	
Condition $G \leqslant F$	vrai	•••	•••	

b) En déduire l'affichage obtenu, puis répondre au problème posé.

EXERCICE 11 Polynésie 2016 (2)

Une entreprise s'intéresse au nombre d'écrans 3D qu'elle a vendus depuis 2010 :

Année	2010	2011	2012
Nombre d'écrans 3D vendus	0	5 000	11 000

Le nombre d'écrans 3D vendus par l'entreprise l'année (2010+n) est modélisé par une suite (u_n) , arithmético-géométrique, de premier terme $u_0 = 0$.

On rappelle qu'une suite arithmético-géométrique vérifie, pour tout entier naturel n, une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = a \times u_n + b$ où a et b sont deux réels.

- 1. a) En supposant que $u_1 = 5000$, déterminer la valeur de b.
 - b) En supposant de plus que $u_2 = 11\,000$, montrer que pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 1.2 \times u_n + 5\,000$.
- 2. a) Calculer u_3 et u_4 .
 - b) En 2013 et 2014, l'entreprise a vendu respectivement 18 000 et 27 000 écrans 3D. La modélisation semble-t-elle pertinente?

Dans toute la suite, on fait l'hypothèse que le modèle est une bonne estimation du nombre d'écrans 3D que l'entreprise va vendre jusqu'en 2022.

- 3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n + 25\,000$.
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,2. Préciser la valeur de son premier terme v_0 .
 - b) Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 25\,000 \times 1, 2^n 25\,000$.
- 4. On souhaite connaître la première année pour laquelle le nombre de ventes d'écrans 3D dépassera 180 000 unités.
 - a) Prouver que résoudre l'inéquation $u_n > 180\,000$ revient à résoudre l'inéquation $1,2^n > 8,2$.
 - b) Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il détermine et affiche le plus petit entier naturel n, solution de l'inéquation $1,2^n > 8,2$.

Variables : N est un entier naturel W est un nombre réel

Initialisation : N prend la valeur 0 W prend la valeur ...

Traitement : W prend la valeur $W \times 1,2$...

Fin du Tant que

Sortie : Afficher ...

- c) Déterminer cet entier naturel n.
- d) À partir de 2023, l'entreprise prévoit une baisse de 15 % par an du nombre de ses ventes d'écrans 3D. Combien d'écrans 3D peut-elle prévoir de vendre en 2025 ?

Pondichéry 2016 (4 obligatoire)

A. YALLOUZ (MATH@ES)

EXERCICE 12

En janvier 2016, une personne se décide à acheter un scooter coûtant 5 700 euros sans apport personnel. Le vendeur lui propose un crédit à la consommation d'un montant de 5 700 euros, au taux mensuel de 1,5 %. Par ailleurs, la mensualité fixée à 300 euros est versée par l'emprunteur à l'organisme de crédit le 25 de chaque mois. Ainsi, le capital restant dû augmente de 1,5 % puis baisse de 300 euros.

Le premier versement a lieu le 25 février 2016.

On note u_n le capital restant dû en euros juste après la n-ième mensualité (n entier naturel non nul). On convient que $u_0 = 5700$.

Les résultats seront donnés sous forme approchée à 0,01 près si nécessaire.

- 1. a) Démontrer que u_1 , capital restant dû au 26 février 2016 juste après la première mensualité, est de 5 485,50 euros.
 - b) Calculer u_2 .
- 2. On admet que la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par : $u_{n+1} = 1,015u_n 300$. On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES: n est un entier naturel u est un nombre réel

TRAITEMENT: Affecter à u la valeur 5 700

Affecter à n la valeur 0

Tant que u > 4500 faire u prend la valeur $1,015 \times u - 300$ u prend la valeur u > 4500 faire u prend la valeur u > 4500 faire u prend la valeur u > 4500 faire

Afficher u Fin Tant que

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaires entre la deuxième et la dernière colonne.

Valeur de <i>u</i>	5700		
Valeur de n	0		
u > 4500 (vrai/faux)	vrai	 vrai	faux

- b) Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme? Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
- 3. Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n 20000$.
 - a) Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $v_{n+1} = 1.015 \times v_n$.
 - b) En déduire que pour tout entier naturel n, on a : $u_n = 20000 14300 \times 1,015^n$.
- 4. À l'aide de la réponse précédente, répondre aux questions suivantes :
 - a) Démontrer qu'une valeur approchée du capital restant dû par l'emprunteur au 26 avril 2017 est 2 121,68 euros.
 - b) Déterminer le nombre de mensualités nécessaires pour rembourser intégralement le prêt.
 - c) Quel sera le montant de la dernière mensualité?
 - d) Lorsque la personne aura terminé de rembourser son crédit à la consommation, quel sera le coût total de son achat?