

RAPPELS SUR LA DÉRIVATION

I. Nombre dérivé	1
II. Calculs de dérivées	2
II.1 Fonctions usuelles	2
II.2 Opérations	2
III. Équation d'une tangente	3
IV. Dérivation et sens de variation	3

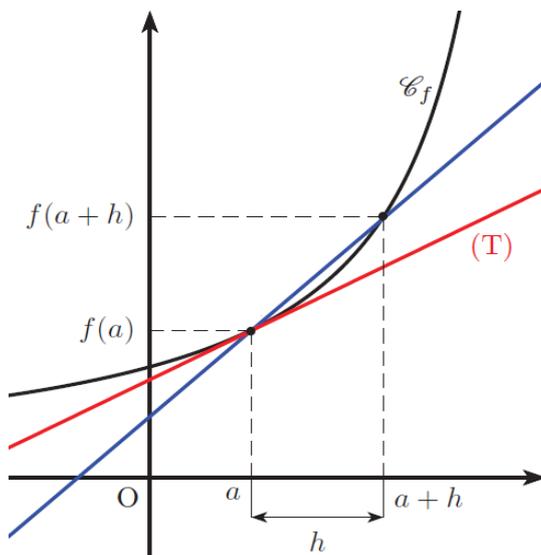
I. Nombre dérivé

DÉFINITION. Soient f une fonction définie sur un intervalle I et a un réel de I .

On dit que f est dérivable en a si $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un réel quand h tend vers 0.

On note alors $f'(a)$ cette limite, et on l'appelle le **nombre dérivée de f en a** .

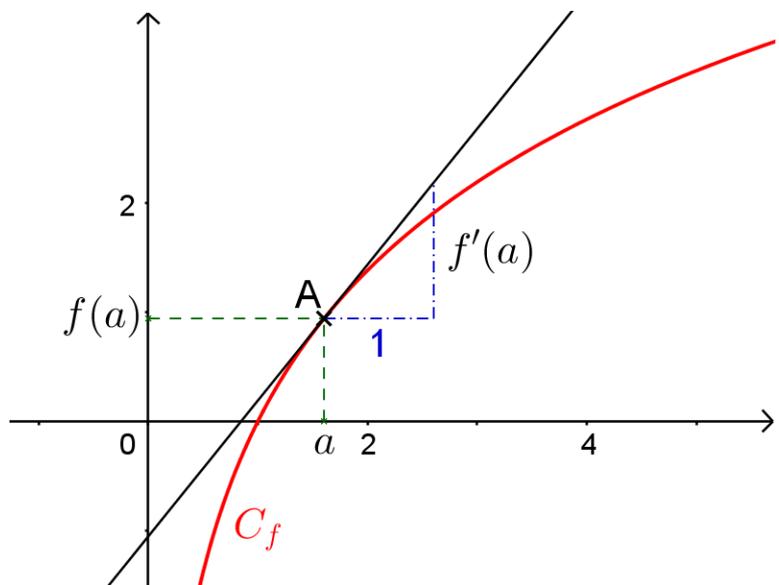
$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



Le nombre dérivée $f'(a)$ est donc le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse a .

DÉFINITION.

Si f est dérivable pour toute valeur a de I , alors on note f' la fonction qui à tout x de I associe son nombre dérivé, et on l'appelle **fonction dérivée de f** .



II. Calculs de dérivées

II.1 Fonctions usuelles

Fonction $f : f(x) = \dots$	D_f	Fonction dérivée f'	Ensemble de dérivabilité
k avec $k \in \mathbb{R}$			
x			
x^2			
x^n avec $n \geq 2$			
$\frac{1}{x}$			
\sqrt{x}			

II.2 Opérations

PROPRIÉTÉ .

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I .

- $u+v$, ku (où $k \in \mathbb{R}$), uv sont dérivables sur I
- si $v(x) \neq 0$ pour tout réel x de I , alors $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I .

Et :

- dérivée de la somme $(u+v)' =$
- dérivée du produit par un scalaire $(ku)' =$
- dérivée du produit $(uv)' =$
- dérivée du quotient $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

Exemples :

- Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -3x^2 + 5x - 8$. Déterminer sa fonction dérivée.

- Soit f la fonction définie sur $]7; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x+3}{-x+7}$. Déterminer sa fonction dérivée.

III. Équation d'une tangente

PROPRIÉTÉ .

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I . Soit $a \in I$.

L'équation (réduite) de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse a est :

Exemple : soit f la fonction polynôme définie par $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 5$.
Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 3.

IV. Dérivation et sens de variation

PROPRIÉTÉS .

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I . Soit $a \in I$.

- Si pour tout réel x de I , $f'(x) > 0$ (sauf éventuellement un nombre fini de fois où f s'annule), alors f est
- Si pour tout réel x de I , $f'(x) \geq 0$, alors f est
- Si pour tout réel x de I , $f'(x) < 0$ (sauf éventuellement un nombre fini de fois où f s'annule), alors f est
- Si pour tout réel x de I , $f'(x) \leq 0$, alors f est
- Si pour tout réel x de I , $f'(x) = 0$, alors f est

Exemple : soit f la fonction polynôme définie par $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 5$.
Dresser le tableau de variations de f .