

Note :

ÉVALUATION de MATHÉMATIQUES

Durée : 25 minutes. Calculatrice **AUTORISÉE en mode examen.**

EXERCICE 1

≈ 8 minutes

1. On considère les matrices suivantes : $E = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $F = \frac{4}{9} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -5 & 0 \\ 3 & -4 & 2 & -3 \\ 7 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

On note $P = E F$ et $P = (p_{i,j})$, ainsi que $Q = F E$ et $Q = (q_{i,j})$.

Calculer (en détaillant) les coefficients $p_{3,2}$ et $q_{3,2}$.

2. Écrire la matrice $(w_{i,j})$ de dimension 4×5 définie par $w_{i,j} = 2j - i$ si i est pair, $-2j$ sinon.

EXERCICE 2

≈ 8 minutes

On considère la matrice suivante : $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

On admet que $10A^2 - 32A + 32I_3 = A^3$ où I_3 est la matrice identité d'ordre 3.

Démontrer que A est inversible et déterminer l'inverse de A , noté A^{-1} .

EXERCICE 3

≈ 8 minutes

À l'aide du calcul matriciel, résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} x - 2y = 3 - 3z \\ -2x - 2z = -5y + 6 \\ 4x - 7z + y = 12 \end{cases}$$