LOIS À DENSITÉ (PARTIE 2) : LES LOIS NORMALES DÉMONSTRATIONS / RÉPONSES

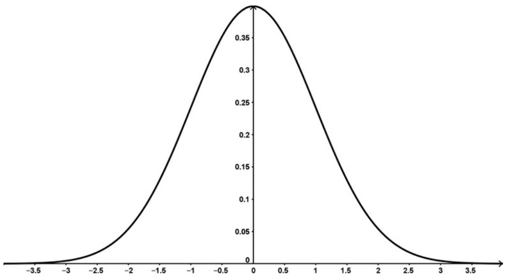
PROPRIÉTÉS.

Soit T une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$.

- Pour tout réel $u>0$: $p(T\leqslant -u)=p(T\geqslant u)$ et $p(-u\leqslant T\leqslant u)=2p(T\leqslant u)-1$.
- $p(T\geqslant 0)=p(T\leqslant 0)=\frac{1}{2}$.

Démonstration : • $p(T\leqslant -u)=p(T\geqslant u)$ est une conséquence de la symétrie de la courbe, tout comme $p(T\geqslant 0)=p(T\leqslant 0)=\frac{1}{2}$.

• $p(-u\leqslant T\leqslant u)=p(T\leqslant u)-p(T<-u)$
$=p(T\leqslant u)-p(T>u)$
$=p(T\leqslant u)-(1-p(T\leqslant u))$
$=2p(T\leqslant u)-1$



III. Avec la calculatrice

Exercice III.1 : soit X une v.a.r. suivant la loi normale $\mathcal{N}(46{,}75\,;6{,}23^2)$. Avec la calculatrice :

1. $p(40\leqslant X\leqslant 60)\approx 0{,}84398$

2. $p(X\leqslant 60)\approx 0{,}98328$ directement avec calculatrice (-1E99 jusqu'à 60)
ou $p(X\leqslant 60)=p(X\leqslant 46{,}75)+p(46{,}75\leqslant X\leqslant 60)=0{,}5+p(46{,}75\leqslant X\leqslant 60)\approx 0{,}5+0{,}48328=0{,}98328$

3. $p(X>40)\approx 0{,}86069$ directement avec calculatrice (40 jusqu'à 1E99)
ou $p(X>40)=p(40\leqslant X\leqslant 46{,}75)+p(X>46{,}75)=p(40\leqslant X\leqslant 46{,}75)+0{,}5\approx 0{,}36069+0{,}5=0{,}86069$

4. $p(X\geqslant 60)\approx 0{,}016718$ directement avec calculatrice (60 jusqu'à 1E99)
ou $p(X\geqslant 60)=p(X>60)=1-p(X\leqslant 60)=1-(p(X<46{,}75)+p(46{,}75\leqslant X\leqslant 60))=1-(0{,}5+p(46{,}75\leqslant X\leqslant 60))$
$=0{,}5-p(46{,}75\leqslant X\leqslant 60)\approx 0{,}5-0{,}48328=0{,}01672$

Exercice III.2 : soit X une v.a.r. suivant la loi normale $\mathcal{N}(46{,}75\,;6{,}23^2)$.
Déterminer une valeur approchée du réel k tel que :

1. $p(X\leqslant k)=0{,}75$ donne $k\approx 50{,}952$.

2. $p(X<k)=0{,}95 \Leftrightarrow p(X\leqslant k)=0{,}95$ et donne $k\approx 56{,}997$.

3. $p(X\geqslant k)=0{,}95 \Leftrightarrow 1-p(X\leqslant k)=0{,}95 \Leftrightarrow p(X\leqslant k)=0{,}05$ donne $k\approx 36{,}502$.
On peut aussi utiliser (sur CASIO) le *Tail: Right* et trouver directement le résultat.