Nom : **Prénom** : **Classe** : T^{le}OMC

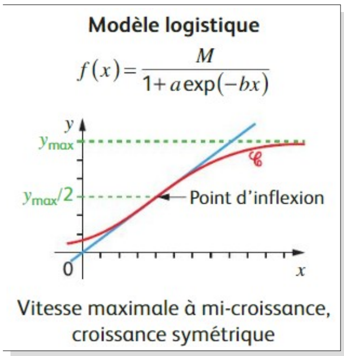
le 6 / 10 / 2020

Note :	/20

INTERROGATION de MATHÉMATIQUES

Durée : 40 minutes. Calculatrice **AUTORISÉE en mode examen**.

Qualité de la rédaction + présentation sur 1 point



Une étude statistique a permis de modéliser l'évolution de la masse $f(x)$, en kg, d'un potiron en fonction du nombre x de jours par :

$$f(x)=\frac{5{,}4}{1+90\exp(-0{,}4x)} \quad (\text{où } x\geqslant 0).$$

Pour tout réel $x\geqslant 0$, la vitesse de croissance de la masse du potiron le jour x est assimilée au nombre dérivé $f'(x)$, en kg par jour.

On admettra que :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5{,}4$
- f est dérivable sur $[0;+\infty[$

/5 **1.** Étudier le sens de variation de f sur $[0;+\infty[$ et donner son tableau de variations (on arrondira si besoin les valeurs à 10^{-3} près).

2. On admet que, pour tout réel $x\geqslant 0$: $f''(x)=\dfrac{77{,}76e^{-0{,}4x}(-1+90e^{-0{,}4x})}{(1+90e^{-0{,}4x})^3}$.

On pose $g(x)=-1+90e^{-0{,}4x}$. On admettra que :

- g est dérivable sur $[0;+\infty[$
- $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=-1$.

/2 **a)** Déterminer le sens de variation de la fonction g sur $[0;+\infty[$.

/4 **b)** Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α sur $[0;+\infty[$.

/2 **c)** À l'aide de votre calculatrice (expliquer rapidement votre méthode), déterminer une valeur approchée de α à 0,001 près.

/4 **d)** On admettra dans cette question que $f'(\alpha)=0{,}54$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=0$.

Déduire de la question précédente le tableau de variations de f' sur $[0;+\infty[$ (on arrondira si besoin les valeurs à 10^{-3} près), puis en déduire l'étude de la convexité de la fonction f.

/2 **e)** En utilisant l'égalité $g(\alpha)=0$, démontrer que $f(\alpha)=2{,}7$ puis expliquer pourquoi on peut dire que la vitesse de croissance du potiron est maximale à mi-croissance.