

INTERROGATION de MATHÉMATIQUES

Durée : 50 minutes. Calculatrice AUTORISÉE en mode examen.

PARTIE A : MOI À VOTRE ÂGE

Note :

Une association organise des promenades en montagne. Douze guides emmènent chacun, pour la journée, un groupe de personnes dès le lever du Soleil. L'été il y a plus de demandes que de guides et chaque groupe doit s'inscrire la veille de la promenade.

Mais l'expérience des dernières années prouve que la probabilité que chacun des groupes inscrits ne se présente pas au départ de la promenade est égale à $\frac{1}{8}$. On admettra que les groupes inscrits se présentent indépendamment les uns des autres. Les probabilités demandées seront arrondies à 10^{-3} .

1. Montrer que la probabilité qu'un jour donné les 12 groupes inscrits soient tous présents est comprise entre 0,20 et 0,21.

2. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jours où les 12 groupes inscrits se sont tous présentés au départ lors d'un mois de 30 jours.

a) Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b) Donner la signification de l'événement $\{X = 0\}$ et calculer sa probabilité.

c) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$. Interpréter ce résultat.

3. Une somme de 1 Crédit (la monnaie locale) est demandée à chaque groupe pour la journée. Cette somme est réglée au départ de la promenade. Dans le cas où un groupe ne se présente pas au départ, l'association ne gagne évidemment pas le Crédit que ce groupe aurait versé pour la journée.

On nomme S la variable aléatoire égale à la somme, en Crédits, perçue par l'association un jour donné.

a) Calculer la probabilité de l'évènement $\{S = 11\}$.

b) Calculer l'espérance mathématique de S .

4. Agacé par le nombre de guides inemployés, le dirigeant de l'association décide de prendre chaque jour une réservation supplémentaire. Évidemment, si les 13 groupes inscrits se présentent, le 13^e groupe sera dirigé vers une activité de substitution. Toutefois, cette activité de remplacement entraîne une dépense de 2 Crédits à l'association.

a) Quelle est la probabilité P_{13} qu'un jour donné il n'y ait pas de désistement, c'est-à-dire que les 13 groupes inscrits la veille se présentent au départ de la promenade ?

b) Montrer que le gain moyen obtenu pour chaque jour est environ 11,023 Crédits.

PARTIE B : LE CŒUR A SES RAISONS...

Note :

/ 5

Compléter les formules suivantes :

- Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p .

$$E(X)= \quad \quad \quad \text{et } V(X)=$$

- Soit X une variable aléatoire qui suit une loi de Bernoulli de paramètre p .

$$E(X)= \quad \quad \quad \text{et } V(X)=$$

- On considère un schéma de Bernoulli de paramètres n et p .

Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque issue le nombre de succès.

Pour tout entier k compris entre 0 et n : $p(X=k)=$