

Note :

INTERROGATION de MATHÉMATIQUESDurée : 35 minutes. Calculatrice AUTORISÉE.

Les parties A et B sont indépendantes.

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondis à 10^{-4} .

Dans le Point épidémiologique Covid-19 du 31 décembre 2020 sur santepubliquefrance.fr, on peut lire : « Le point épidémiologique présente l'estimation de la prévalence des infections par le SARS-CoV-2 en France pour la semaine 41 (du 05 au 11 octobre 2020), avant le couvre-feu généralisé et le 2^{ème} confinement national. La proportion de personnes séropositives pour le SARS-CoV-2 en semaine 41 est estimée à 7,9 % soit 5 256 000 personnes séropositives. »

Nous supposons donc, dans cet exercice, que 7,9 % de la population française est contaminée par le SARS-CoV-2.

Partie A

On dispose d'un test de dépistage, appelé *test PCR*, qui a les propriétés suivantes :

- la probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif¹ est de 0,83 (sensibilité du test) ;
- la probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,99 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note V l'événement « la personne est contaminée par le SARS-CoV-2 » et T l'événement « le *test PCR* est positif ».

1. Traduire la situation par un arbre de probabilités, en détaillant les calculs.
2. Déterminer la probabilité qu'un *test PCR* soit positif.
3. On souhaite calculer la *valeur prédictive positive*, notée VPP, qui est la probabilité qu'une personne soit contaminée sachant que le *test PCR* est positif. Déterminer cette VPP.

Partie B

On choisit au hasard et successivement 450 personnes de la population française. On considère que les tirages aléatoires sont indépendants et peuvent être assimilés à des tirages avec remise (puisque la population française est assez grande). On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le SARS-CoV-2 et on rappelle que nous supposons que 7,9 % de la population française est contaminée par le SARS-CoV-2.

→

¹ Pour info : d'après les données bibliographiques à disposition, la sensibilité peut être estimée entre 68 % et 97 %.
Voir revmed.ch et has-sante.fr.

1. Justifier que la situation peut être modélisée par un schéma de Bernoulli, et déterminer la loi de probabilité de X .
2. Déterminer l'espérance de X et interpréter ce résultat.
3. Calculer les probabilités des événements suivantes (on arrondira les valeurs approchées à 10^{-4}) :
 - a. A : « exactement 35 personnes sont contaminées parmi les 450 ».
 - b. B : « moins de 33 personnes sont contaminées parmi les 450 ».
 - c. C : « au moins 45 personnes sont contaminées parmi les 450 ».
 - d. D : « entre 25 et 40 personnes sont contaminées parmi les 450 ».