

Note :

DEVOIR SURVEILLÉ de MATHÉMATIQUESDurée : 1 heure 45 minutes. Calculatrice AUTORISÉE en mode examen.**EXERCICE 1**

(env. 40 min)

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_{n+1} = f(u_n)$ et $u_0 = 10$, avec $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 9x + \frac{99}{2}$.

1. Étudier les variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} et en déduire le tableau de signes de f .
2. Démontrer, par récurrence sur n , que : $\forall n \in \mathbb{N}, 9 \leq u_n < 11$.
3. a) Déterminer les racines réelles du polynôme $f(x) - x$ et en déduire que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}(u_n - 9)(u_n - 11).$$

- b) Démontrer que (u_n) est décroissante.
 - c) Démontrer que (u_n) est convergente.
4. On note m le réel vers lequel (u_n) converge et on admet que $f(m) = m$. En déduire la valeur de m .

EXERCICE 2

(env. 20 min)

ANNULÉ (erreur dans l'énoncé : un bonus sera donné selon les copies)

**EXERCICE 3**

(env. 15 min)

ABCDEFGH est un pavé droit. On note O son centre.

I et J sont les centres respectifs des faces AEHD et BFGC ; K est le milieu de [EF] et M celui de [EK].

L est le symétrique de O par rapport à K.

1. Démontrer que I, M et L sont alignés.
2. Démontrer que : $\vec{CL} = \frac{5}{2}\vec{JF} + \frac{1}{2}\vec{CI}$.

EXERCICE 4

(env. 5 min)

1. Pour chaque proposition, dire si elle vous semble vraie ou fausse, en cochant une des cases.

Une réponse juste **rappelle 1 point** ; une réponse fausse **enlève 0,5 point** et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette question est ramenée à 0.

Deux droites non coplanaires sont sécantes. V F

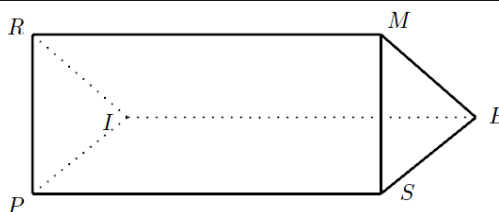
Deux plans qui ont un point commun sont sécants. F V

Une droite qui n'est pas parallèle à un plan est sécante avec ce plan. V F

2. Pour chaque proposition, cocher la ou les cases correspondantes.

Une réponse juste **rappelle 0,5 point** ; une réponse fausse **enlève 0,25 point** et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette question est ramenée à 0.

PRISME est un prisme droit à base triangulaire.



(SE) et (IR) sont...	<input type="checkbox"/> coplanaires	<input type="checkbox"/> sécantes	<input type="checkbox"/> parallèles	<input type="checkbox"/> non coplanaires
(IE) est parallèle à...	<input type="checkbox"/> (RPM)	<input type="checkbox"/> (PR)	<input type="checkbox"/> (RM)	<input type="checkbox"/> (IEM)
(RPS) et (EIM) sont...	<input type="checkbox"/> coplanaires	<input type="checkbox"/> sécants	<input type="checkbox"/> parallèles	<input type="checkbox"/> confondus

EXERCICE 5

(env. 10 min)

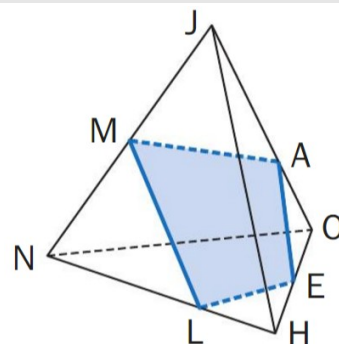
JOHN est un tétraèdre. Les points M et E sont les milieux respectifs des arêtes

[JN] et [OH], et les points A et L sont définis par $\vec{JA} = \frac{2}{3}\vec{JO}$ et $\vec{NL} = \frac{2}{3}\vec{NH}$.

On admet que dans le repère $(N; \vec{NH}; \vec{NO}; \vec{NJ})$:

$$A\left(0; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), E\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), M\left(0; 0; \frac{1}{2}\right) \text{ et } L\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right).$$

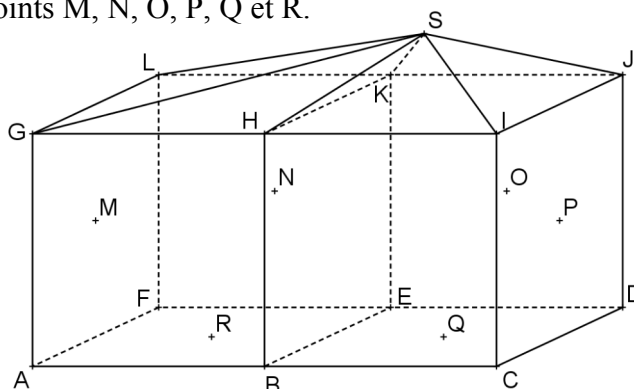
Démontrer que M, A, E et L sont coplanaires.



EXERCICE 6

(env. 5 min)

La figure ci-dessous est composée de deux cubes et deux pyramides de sommets S.
On a dessiné les centres de certaines faces : les points M, N, O, P, Q et R.
On a noté T le milieu de [LK] et U celui de [KJ].



1. Compléter le tableau ci-dessous, en indiquant l'ensemble d'intersection.

Une réponse fautive n'enlève pas de point.

intersection ↻	\emptyset	un point	une droite	un plan
(APM) et (HKI)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(SH) et (JK)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(FM) et (KA)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(LMN) et (GMA)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(KNO) et (FDJ)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Pour chaque proposition, dire si elle vous semble vraie ou fautive, en cochant une des cases.

Une réponse juste **rapporte 0,5 point** ; une réponse fautive **enlève 0,25 point** et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette question est ramenée à 0.

(AR) et (QC) sont coplanaires	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
(GS) et (LK) sont sécantes	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> V
(MR) et (CE) sont coplanaires	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
(LGS) et (IJS) sont sécants en S	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> V
(AB) et (IJ) sont parallèles	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
(KE) et (GH) sont perpendiculaires	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> V