Nom : **Prénom** : **Classe** : T^le^SM

le 24 / 01 / 2022

Note :

INTERROGATION de MATHÉMATIQUES

Durée : 30 minutes. Calculatrice **AUTORISÉE en mode examen**.

EXERCICE 1 ≈ 10 min

Soit f la fonction définie sur $[-0,9\,;10]$ par $f(x)=3x-2+\dfrac{5}{x+1}$.

On admet que f est dérivable sur son ensemble de définition et que $f'(x)=\dfrac{3x^2+6x-2}{(x+1)^2}$.

On admet également que la fonction f a pour tableau de variations :

x	$-0,9$		x_1		10
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$45,3$	$\searrow$	$\approx 2,746$	$\nearrow$	$\dfrac{313}{11}$

avec $x_1=\dfrac{-3+\sqrt{15}}{3}\approx 0,29099$.

1. Montrer que l'équation $f(x)=30$ admet une unique solution, notée α.

2. Donner, en justifiant votre démarche, une valeur approchée de α à 10^{-4} près.

EXERCICE 2 ≈ 20 min

Soit f la fonction définie sur $\left]-\dfrac{1}{3};+\infty\right[$ par : $f(x)=\dfrac{4x}{1+3x}$.

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=\dfrac{1}{2}$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1}=f(u_n)$.

On admet que f est croissante sur $\left]-\dfrac{1}{3};+\infty\right[$.

1. Démontrer par récurrence que : $\forall\, n\in\mathbb{N}$, $\dfrac{1}{2}\leqslant u_n\leqslant u_{n+1}\leqslant 2$.

2. En déduire que (u_n) est convergente.

3. Déterminer la limite de (u_n).

4. Compléter ci-dessous la fonction Python qui, pour tout réel positif E, détermine la plus petite valeur P telle que : $1-u_p<\mathrm{E}$.

```
def seuil(E) :
    u = 0,5
    n = 0
    while ______________
        u = ______________
        n = ______________
    return ______________
```