

Note :

DEVOIR SURVEILLÉ de MATHÉMATIQUESDurée : 1 heure 40 minutes. Calculatrice AUTORISÉE en mode examen.**EXERCICE 1**

(env. 10 min)

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation différentielle $-\frac{1}{9}y' + \frac{8}{5}y = 1211$.2. Sans justifier, donner la fonction h solution de l'équation différentielle $y' = \frac{16}{5}y$ et qui vérifie $h(1605) = 2022$:
EXERCICE 2

(env. 15 min)

On considère l'équation différentielle (E) : $-5y' + 9y = -8x^2 + x - 36$.1. Sans justifier, donner une fonction polynôme f_0 de degré 2 qui est solution sur \mathbb{R} de (E) :
2. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation homogène associée à (E). Sans justifier, en déduire l'ensemble solution de (E).**EXERCICE 3**

(env. 25 min)

1. Calculer les intégrales suivantes, en mettant le résultat sous la forme demandée :

$$A = \int_{-3}^{-2} \left(-\frac{5}{t} + 3t \right) dt \leftarrow \text{forme } a \ln(b) - c$$

$$B = \int_0^1 \frac{3}{8} (-2t+5)^3 dt \leftarrow \text{forme fractionnaire}$$

$$C = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x}{1-e^x} dx \leftarrow \text{forme } \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

2. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_e^x \ln(t) dt$ où $x \in]0; +\infty[$.3. Sans justifier, donner la valeur exacte de l'intégrale $\int_2^e \frac{\ln(t)}{t^2} dt$, sous la forme $a \ln(b) + c$.

On pourra utiliser une intégration par parties.

EXERCICE 4

(env. 25 min)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points suivants :

$$B(4; -1; 3) \quad C(-7; 3; 2) \quad \text{et} \quad D(4; -3; -2).$$

1. a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (CD).

b. Démontrer que $H\left(\frac{39}{7}; -\frac{27}{7}; -\frac{18}{7}\right)$ appartient à la droite (CD).

2. Déterminer un vecteur normal \vec{n} au plan (BCD), et en déduire une équation cartésienne de ce plan.

EXERCICE 5

(env. 10 min)

On considère le point $K(11; 13; 17)$ et la droite $(d) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 5 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Sans justifier, donner les coordonnées du point P, projeté orthogonal de K sur (d) :



EXERCICE 6

(env. 15 min)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples : pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point ; une réponse fautive à une question enlève 0,25 point.

Pour répondre, entourer ci-dessous la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère les droites D et D' dont des représentations paramétriques sont :

$$D : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = -2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$D' : \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 4t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

A. D et D' sont non coplanaires

B. D et D' sont sécantes

C. D et D' sont confondues

D. D et D' sont parallèles non confondues.

2. On considère les droites E et E' dont des représentations paramétriques sont :

$$E : \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$E' : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 + 2t \\ z = 10 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

A. E et E' sont non coplanaires

B. E et E' sont sécantes

C. E et E' sont confondues

D. E et E' sont parallèles non confondues.

3. On considère les plans R et S d'équations respectives $4x - 2y + 6z - 3 = 0$ et $-6x + 3y - 9z - 4 = 0$.

A. R et S sont confondus

B. R et S sont parallèles non confondus

C. R et S sont sécants en un point

D. R et S sont sécants en une droite.

4. On considère un cube ABCDEFGH. La distance du point G au plan (BDE) est égale à :

A. $\frac{23}{20}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{3\sqrt{4}}{5}$

D. $\frac{4\sqrt{3}}{5}$.