Nom : **Prénom** : **Classe** : $\mathrm{T^{le}SM}$

le 20 / 09 / 2023

Note :

INTERROGATION de MATHÉMATIQUES

Durée : **55 minutes**. Calculatrice **AUTORISÉE en mode examen**.

EXERCICE 1 ≈ 10 min

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Combien y a-t-il de termes dans la somme suivante : $u_{1994}+u_{1995}+\ldots+u_{2904}+u_{2905}$.
Aucune justification n'est demandée.

2. Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par $u_n=5n-3$.

Calculer la somme suivante, en détaillant votre calcul : $\mathrm{T}=\sum_{k=0}^{97} u_k$.

3. Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_1=1{,}2$ et de raison 3.

En utilisant une formule du cours, calculer la somme S définie par : $\mathrm{S}=\sum_{k=2}^{13} u_k$.

EXERCICE 2 ≈ 10 min

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n=\dfrac{n-1}{2n+7}$.

Montrer que (u_n) est minorée par $\dfrac{1}{6}$ à partir d'un certain rang que vous préciserez.

Remarque : le raisonnement par récurrence n'est pas autorisé.

EXERCICE 3 ≈ 20 min

Dans cet exercice, on utilisera la méthode de la différence ou du quotient (pas d'étude de fonction).

On note $\mathscr{D}$ l'ensemble des entiers naturels supérieurs ou égaux à 3.

Étudier le sens de variation des suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathscr{D}$ par $u_n=\dfrac{n+3}{n-2}$ et $v_n=\left(\dfrac{2n}{n-2}\right)^2$.

EXERCICE 4 ≈ 10 min

Soient les suites (v_n) et (w_n) définies par $v_0=21$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $\begin{cases} v_{n+1}=\dfrac{8}{5}v_n-12 \\ w_n=2v_n-40 \end{cases}$.

1. Démontrer que (w_n) est géométrique.

2. En déduire l'expression de w_n en fonction de n, puis en déduire que : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ v_n=\left(\dfrac{8}{5}\right)^n+20$.

EXERCICE 5

≈ 5 min

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=-1{,}5$ et : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ u_{n+1}=f(u_n)$

On note C_f la courbe représentative de *f* dans un repère du plan.

Sur le graphique de la page suivante, représenter graphiquement les six premiers termes de la suite (u_n).

Laisser les traits de construction (si besoin, au crayon à papier).