

Pré-requis : probabilités conditionnelles

I. Quelle(s) stratégie(s) adopter en penalty ?	1
I.1 Données réelles	1
I.2 Deux stratégies	4
I.3 L'équilibre de Nash	5
II. Peut-on tirer un penalty à deux ?	8
III. Des penalties de légende	10



I. Quelle(s) stratégie(s) adopter en penalty ?

I.1 Données réelles

L'inventeur du « penalty kick » est l'Irlandais William McCrum, en 1890, en tant que membre de l'*Association irlandaise de football de l'époque*.

La loi 14 du football fait partie des lois du jeu régissant le football, maintenues par l'*International Football Association Board* (IFAB). Elle se rapporte au coup de pied de réparation, communément appelé « penalty ». Un coup de pied de réparation pénalise, en football, l'équipe qui commet, dans sa propre surface de réparation et alors que le ballon est en jeu, l'une des dix fautes pour lesquelles un coup franc direct doit être accordé.

Dans un pénalty « type », la balle prend environ 0,3 seconde pour parcourir la distance entre le repère et la ligne de but. C'est-à-dire moins que le temps de réaction ajouté au temps de déplacement du gardien de but aux chemins possibles de la balle.

Par conséquent, le botteur et le gardien de but doivent se déplacer simultanément.

En 2003, Ignacio Palacios-Huerta publie dans *Review of Economic Studies* (n°70) l'article intitulé « Professionals Play Minimax » : <http://tyulpinova.ru/wp-content/uploads/2015/12/professionals.pdf>

En voici quelques extraits que nous allons tenter d'analyser rigoureusement :

Data on 1417 penalty kicks have been collected during the period September 1995–June 2000 from professional games in Spain, Italy, England and other countries. The data come from the weekly TV programmes *English Soccer League* in the United States (Fox Sports World), *Estudio Estadio* in Spain (TVE), *Noventesimo Minuto* in Italy (RAI) and from various weekly programmes on the European station *Eurosport*. These programmes review all of the best plays in the professional games played during the week, including *all* penalty kicks that take place in the games.

The data include the names of the teams involved in the match, the date of the match, the names of the kicker and the goalkeeper for each penalty kick, the choices they take (left, centre, or right), the time at which the penalty kick is shot, the score at that time, and the final score in the match. They also include the kicker's kicking leg (left or right) and the outcome of the shot (goal or no goal).⁸ More than 90% of all observations come from league matches in Italy, Spain and England.⁹ The leagues in these countries are considered to be the premier leagues in the world. The first two tables offer a basic description of the data.

Table 1 shows the relative proportions of the different choices made by the kicker and the goalkeeper (left (L), centre (C), or right (R)), with the total number of observations in the second left-most column. The first letter refers to the choice made by the kicker and the second to the choice made by the goalkeeper, both from the viewpoint of the goalkeeper. For instance, "RL" means that the kicker chooses to kick to the R.H.S. of the goalkeeper and the goalkeeper chooses to jump to his left. The right-most column shows the scoring rate for a given score difference. The term "score difference" is defined as the number of goals scored by the kicker's team minus the number of goals scored by the goalkeeper's team at the time the penalty is shot. For instance, a "-1" means that the kicker's team was behind by one goal at the time of the penalty kick.

The strategy followed by goalkeepers coincides with that followed by kickers in about half of all penalty kicks in the data set. Most are RR (27.6%), with 19.6% being LL and 0.3% being CC. Kickers kick to the centre relatively rarely (7.5% of all kicks), whereas goalkeepers choose C even less often (1.7%). The percentage of kicks where players' strategies do not coincide with each other are almost equally divided between LR (21.9%) and RL (21.7%). A goal is scored in 80.1% of all penalty kicks. The scoring rate is essentially 100% when the goalkeeper's choice does not coincide with the kicker's, and it is over 60% when it coincides.

Kickers may be classified into two types according to their kicking leg: left-footed and right-footed. Most kickers in the sample are right-footed, as is the case in the population of soccer players. Table 2 shows the distribution of strategies and scoring rates by kicker type and score difference.

As is clear, these two groups of kickers have different strong sides. Left-footed kickers shoot more often to the L.H.S. of the goalkeeper than to the R.H.S., whereas right-footed kickers shoot more often to the R.H.S. In the next section we will consider these to be their "natural sides" respectively, and choices will be renamed accordingly. Goalkeepers, in turn, tend to choose right more often than left when facing a right-footed kicker, and left more often than right when facing a left-footed kicker. Scoring rates are similar for the two player types for all penalties and for given score difference. Note also that kickers tend to be more successful when shooting to their natural sides.

8. The outcome "no goal" in the data includes in separate categories saves made by the goalkeeper and penalties shot wide, to the goalpost or to the crossbar by the kicker.

9. Most professional soccer matches take place in league tournaments, which typically last for a season of 9 months a year. All other observations come from cup competitions (elimination tournaments that are simultaneously played) and international games.

TABLE 1
Distribution of strategies and scoring rates

Score difference	#Obs.	LL	LC	LR	CL	CC	CR	RL	RC	RR	Scoring rate
0	580	16.9	1.3	21.0	4.3	0.8	5.6	19.4	0.6	27.9	81.9
1	235	19.1	0	19.1	4.2	0	2.5	28.0	0	26.8	77.8
-1	314	19.7	0.9	25.8	1.9	0	6.4	20.0	0.6	30.2	80.2
2	97	23.7	2.0	17.5	5.2	0	0	20.6	1.0	29.9	75.2
-2	114	26.3	0	25.4	3.5	0	3.5	16.6	0	24.5	78.0
3	27	14.8	0	18.5	3.7	0	11.1	22.2	0	29.6	77.7
-3	23	30.4	0	30.4	0	0	0	21.7	0	17.4	82.6
4	7	42.8	0	28.5	0	0	0	14.2	0	14.2	100
-4	12	25.0	0	25.0	0	0	16.6	16.6	0	16.6	83.3
Others	8	50.0	0	0	0	0	12.5	37.5	0	0	87.5
Penalties shot in:											
First half	558	21.1	0.8	19.8	3.9	0.3	3.5	20.0	0.3	29.7	82.9
Second half	859	18.7	0.9	23.2	3.3	0.3	3.6	22.8	0.5	26.3	78.3
Last 10 min	266	21.8	0	21.0	0.3	0	0.7	25.1	0	30.8	73.3
All penalties	1417	19.6	0.9	21.9	3.6	0.3	3.6	21.7	0.5	27.6	80.1
Scoring rate	80.1	55.2	100.0	94.2	94.1	50.0	82.3	96.4	100.0	71.1	

Note: The first letter of the strategy denotes the kicker's choice and the second the goalkeeper's choice. "R" denotes the R.H.S. of the goalkeeper, "L" denotes the L.H.S. of the goalkeeper, and "C" denotes centre.

TABLE 2
Distribution of strategies and scoring rates by kicker type

Score difference	#Obs.	Left-footed kickers									Scoring rate
		LL	LC	LR	CL	CC	CR	RL	RC	RR	
0	174	17.8	1.7	20.1	6.3	0	8.6	22.9	0.5	21.8	82.7
1	73	28.7	0	30.1	4.1	0	2.7	19.1	0	15.0	78.0
-1	92	29.3	1.0	26.0	1.0	0	2.0	21.7	1.0	18.4	82.6
2	29	51.7	0	13.7	3.0	0	0	10.3	0	20.6	72.4
-2	30	40.0	0	13.3	3.0	0	3.0	20.0	0	20.0	76.6
All penalties	406	29.3	1.4	20.4	4.4	0	3.9	23.8	0	16.5	
Scoring rate	81.0	62.1	100	95.1	94.4	0	81.2	93.8	0	61.2	
Right-footed kickers											
0	406	16.4	1.2	21.4	3.4	1.2	4.4	20.4	0.7	30.5	83.2
1	162	14.8	0	14.2	4.3	0	2.4	32.1	0	32.1	77.7
-1	222	15.7	1.0	25.6	2.2	0	0	19.3	1.0	35.1	80.6
2	68	11.7	2.9	19.1	5.8	0	0	25.0	1.4	33.8	76.4
-2	84	21.4	0	29.7	3.5	0	3.5	15.4	0	26.2	78.5
All penalties	1011	15.8	0.6	22.5	3.2	0.5	3.4	20.8	0.6	32.1	
Scoring rate	79.8	50.0	100	93.8	93.9	60.0	82.8	97.6	100	73.2	

Note: The first letter of the strategy denotes the kicker's choice and the second the goalkeeper's choice. "R" denotes the R.H.S. of the goalkeeper, "L" denotes the L.H.S. of the goalkeeper, and "C" denotes centre.

D'après les données de Ignacio Palacios-Huerta :

- a) Sur combien de penalties porte l'étude ? Sur quelle période ?
- b) Quelle est le pourcentage de penalties pour lesquels le tireur tire au centre ?
- c) Un droitier tire-t-il plus souvent à sa gauche ou à sa droite ?
- d) Quel est le pourcentage de penalties réussis ?
- e) Dans quelle proportion le gardien va-t-il dans la bonne direction ?
- f) Quel est le pourcentage de réussite quand le gardien va dans la bonne direction ?
- g) Justifier rigoureusement la dernière phrase « Note also that kickers tend to be more successful when shooting to their natural sides ».

I.2 Deux stratégies

Plus loin, l'étude indique :

Given that the roles are reversed for right-footed kickers and left-footed kickers, it would be erroneous to treat the games associated with these different types of kickers as equal. For this reason, in the remainder of this paper we will consider players' choices according to the kickers' natural sides. Whatever the kicker's strong foot, R denotes the "kicker's natural side" and L denotes the "kicker's non-natural side". When the kicker is right-footed the natural side R is the R.H.S. of the goalkeeper, and when the kicker is left-footed it is the L.H.S. of the goalkeeper. This means, for instance, that a left-footed kicker kicking to the goalkeeper's right is the same as a right-footed kicker kicking to the goalkeeper's left. Thus, the goalkeeper plays the same game when he faces a left-footed or a right-footed kicker, but the actions are simply identified differently. All that matters is whether the kicker and goalkeeper pick the kicker's strong side R or his weak side L .

For subtle "technological" reasons we will consider the choice C within their natural choices.

For all players in the sample the empirical scoring probabilities are

	g_L	$1 - g_L$
k_L	58.30	94.97
$1 - k_L$	92.91	69.92

where, as indicated above, k_L and g_L denote the non-natural sides.

On peut donc dire que :

- **92,91 %** des tirs ont été réussis dans le cas où le tireur tire de son « côté naturel » et où le gardien plonge de l'autre côté (les 7,09 % restants correspondent à un ballon frappant le poteau ou hors du cadre) ;
- **94,97 %** des tirs ont été réussis dans le cas où le tireur tire de son « côté non naturel » et où le gardien plonge de l'autre côté ;
- **69,92 %** des tirs ont été réussis dans le cas où le tireur tire de son « côté naturel » et où le gardien plonge du même côté ;
- **58,30 %** des tirs ont été réussis dans le cas où le tireur tire de son « côté non naturel » et où le gardien plonge du même côté.

Considérons alors un footballeur professionnel quelconque.

Supposons que :

- ses performances sont homogènes et fidèles à celles collectées par I. P. Huerta ;
- lors d'un tir au but, il n'y a pas de signes avant la frappe permettant à lui ou au gardien de prendre une décision : posture des hanches du tireur, plongée du gardien quelques millisecondes avant la frappe, position du gardien non au milieu du but, etc. ;
- on ne regarde pas s'il frappe à ras de terre ou dans la lucarne, ce qui mériterait une étude plus précise.

Grâce aux statistiques ci-dessus, étudions deux stratégies pour optimiser son taux de réussite.

PREMIÈRE STRATÉGIE : LE TIR PRUDENT

Supposons que le tireur frappe toujours dans son « côté naturel ».

Supposons aussi qu'un gardien a connaissance de cela, par exemple en ayant analysé les penalties déjà tirés par le joueur.

1. Donner la stratégie à adopter pour ce gardien.
2. Calculer alors la probabilité qu'a le tireur de marquer son penalty.

DEUXIÈME STRATÉGIE : LE TIR ALÉATOIRE

Supposons que le tireur frappe dans son « côté naturel » ou pas, de manière totalement aléatoire.

Supposons aussi qu'un gardien a connaissance de cela¹.

1. Donner la stratégie à adopter pour ce gardien.
2. Calculer alors la probabilité qu'a le tireur de marquer son penalty.

I.3 L'équilibre de Nash

On voit que l'une des deux stratégies précédentes est meilleure que l'autre.

Mais peut-on faire encore mieux ? Si oui, ***y a-t-il une stratégie optimale pour le tireur ?***

Remarquons aussi que cette problématique est symétrique car elle se pose aussi pour le gardien : lui aussi a certainement un côté de préférence ; lui aussi ne peut pas plonger toujours du même côté car cela se saurait rapidement ; lui aussi a envie d'optimiser sa stratégie pour arrêter les tirs ; etc.

Cette problématique entre dans le cadre de la ***théorie des jeux***, une discipline à la frontière des mathématiques et de l'économie, développée entre les années 1920 et 1950 principalement par le mathématicien américain John von Neumann². John Nash, qui a obtenu le prix Nobel d'économie en 1994 et le prix Abel en 2015 (illustre distinction mathématique) a lui aussi apporté à la théorie des jeux une large contribution, avec notamment sa notion d'« équilibre ».

John Nash est aussi le sujet du film *Un homme d'exception*³ avec Russel Crow.

Dans la théorie des jeux existe la notion de stratégie pure où chaque joueur choisit une stratégie déterministe, comme pour la première stratégie étudiée, et aussi de stratégie mixte, où chaque joueur choisit au hasard le coup qu'il joue parmi les coups possibles, comme c'est le cas pour la seconde stratégie.

Un équilibre de Nash est une situation où aucun joueur n'a intérêt de changer sa stratégie seul (sans que l'autre ne la change aussi).

Dans le cas qui nous intéresse, montrons qu'un tel équilibre existe et fournit pour le joueur et le gardien une situation optimale pour eux, compte tenue de la stratégie de l'autre.

1 Par exemple via un test d'adéquation à une loi équirépartie.

2 Une citation de lui que j'aime beaucoup : *en mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s'y habitue.*

3 *A beautiful mind* (titre original)

Considérons donc que devant le but, le tireur choisit un côté au hasard (« naturel » ou « non naturel ») mais pas de façon nécessairement équiprobable.

On va donc déterminer la probabilité de choisir de tirer vers le « côté naturel » dans le cadre de l'équilibre de Nash.

Notons respectivement les événements : G : « le joueur tire de son côté naturel »
 H : « le gardien plonge du côté naturel du tireur »
 M : « le tireur marque le but ».

Posons $x = p(G)$ et déterminons cette valeur.

L'équilibre de Nash, pour Isidore, consiste à faire en sorte que ses probabilités de marquer soient identiques que le gardien plonge du « bon côté » ou non, c'est-à-dire que sa probabilité de réussir le tir soit indépendante de la stratégie du gardien.

L'équilibre, pour le gardien, consiste à faire en sorte que ses probabilités d'arrêter le tir soient identiques, que le tireur tire vers son « côté naturel » ou non.

On suppose naturellement que **les événements G et H sont indépendants**.

1. Donner $p_{G \cap H}(M)$, $p_{\bar{G} \cap H}(M)$, $p_{G \cap \bar{H}}(M)$ et $p_{\bar{G} \cap \bar{H}}(M)$.
2. a) Démontrer que : $p_H(M) = p_{G \cap H}(M) \times p_H(G) + p_{\bar{G} \cap H}(M) \times p_H(\bar{G})$.
 b) En déduire que : $p_H(M) = -0,2505x + 0,9497$.
3. De même, montrer que : $p_H(M) = 0,3461x + 0,5830$.
4. En appliquant l'équilibre de Nash pour le joueur, déterminer x .
 Comparer avec le résultat du tableau ci-dessous, extrait de l'article de I. Palacios-Huerta :

The mixed strategy Nash equilibrium predicted frequencies for these empirical values and the actual mixing probabilities observed in the sample are

	g_L (%)	$1 - g_L$ (%)	k_L (%)	$1 - k_L$ (%)
Nash predicted frequencies	41.99	58.01	38.54	61.46
Actual frequencies	42.31	57.69	39.98	60.02

Remarquez comme l'équilibre théorique trouvé est proche des valeurs empiriques trouvées par P.-Huerta !

5. Quel est l'équilibre de Nash pour le gardien (« côté naturel du tireur ») ?

Source : dernière partie inspirée du site <http://maths-au-quotidien.fr/>

Tout d'abord, l'article original de Palacios-Huerta contient au moins une erreur de frappe, par exemple 59,98 % au lieu de 59,89 %. Mais également des problèmes de pourcentages mal arrondis... ainsi que des erreurs qui rendent difficiles la lecture comme « kicker » au lieu de « goalkeeper » dans un tableau.

De plus, le 26/07/2009, Stefan Szymanski et Simon Kuper publient un article dans *Sports Life, the Sunday Telegraph's new quarterly supplement*. Cet article sera repris⁴ dans *The telegraph* le 31/07/2009, puis dans le livre des mêmes auteurs, *Soccernomics*, qui paraît le 06/10/2009.

Sauf que dans cet article/livre, les auteurs écrivent :

Years before Ignacio Palacios-Huerta advised Chelsea, he collected a database of 1,417 penalties taken between 1995 and 2000. First he calculated the proportion of successful kicks based on whether the kicker went to his natural side (left or right). The success rate was 95 percent if the kicker went to his natural side and the goalkeeper went to the opposite side (the remaining 5 percent of kicks missed the goal). The success rate was 92 percent if the kicker went to his "unnatural" side and the goalkeeper went to his own natural side. Obviously the kicker's success rates were lower if the keeper chose correctly: a scoring rate of 70 percent if both keeper and kicker went to the kicker's natural side, and 58 percent if both went to the other side.

Vous ne remarquez rien ? Ce passage contient deux erreurs...

ERREUR N°1 & 1bis

Les auteurs ont inversé deux pourcentages...

En effet, ils écrivent « *the success rate was 95 percent if the kicker went to his natural side and the goalkeeper went to the opposite side* » et « *the success rate was 92 percent if the kicker went to his unnatural side and the goalkeeper went to his own natural side* ».

Or, ces deux pourcentages sont inversés dans l'étude originale.

De plus, les pourcentages plus précis sont 94,97 et 92,91. Pourquoi ne pas arrondir 92,91 à 93 ?!

ERREUR N°2

Enfin, dans la dernière phrase, que signifie « *to his own natural side* » ?

Rien... L'étude parle toujours du côté naturel du tireur.

Signalons que les auteurs ne se sont pas trompés sur les pourcentages 70 et 58 cités dans le livre.

Le plus grave étant que ce livre servira de base à de très nombreux articles depuis 2009.

Citons par exemple, en France, le livre *Théorie des jeux* de Nicolas Eber (éditions *Dunod*), pourtant à sa troisième édition⁵ en 2013...

Ou encore le (sympathique) site www.bibmath.net qui écrit :

- si un droitier tire à gauche et que le gardien plonge du mauvais côté, le pourcentage de réussite est d'environ 95% (les 5% restant correspondent à un ballon frappant le poteau ou hors du cadre).
- si un droitier tire à droite et que le gardien plonge du mauvais côté, le pourcentage de réussite n'est plus que de 93%.
- si un droitier tire à gauche et que le gardien plonge du bon côté, le pourcentage de réussite est encore d'environ 70%.
- si un droitier tire à droite et que le gardien plonge du bon côté, le pourcentage de réussite chute à environ 58%

4 <http://www.telegraph.co.uk/sport/football/competitions/champions-league/5940896/How-to-take-the-perfect-penalty.html>

5 Pour voir le passage incriminé : <https://books.google.fr/books?id=T6yluQtYk3EC&lpq=PA26&dq=th%C3%A9orie%20jeux%201417&hl=fr&pg=PA26#v=onepage&q&f=false>

On retrouve bien les mêmes erreurs (sauf le 93 %, bien arrondi) et même une nouvelle : l'étude originale parle bien de « côté naturel » (un droitier tirant "naturellement" sur sa gauche et vice-versa) et non pas de droitiers qui tirent à gauche... L'étude porte sur 22 tireurs dont 7 gauchers, ainsi que 20 gardiens. L'auteur du site indique d'ailleurs en bas de page que l'idée de son article vient du livre *Soccernomics* de Szymanski et Kuper.

II. Peut-on tirer un penalty à deux ?

DES RÈGLES PRÉCISES

Lors d'un penalty :

- le gardien de but de l'équipe défendant reste sur sa propre ligne de but, face à l'exécutant, entre les montants du but, jusqu'à ce que le ballon ait été botté. Depuis 2000, il a le droit de se mouvoir sur sa ligne (il devait auparavant être immobile et au centre des buts).
- tous les joueurs autres que l'exécutant se trouvent dans les limites du terrain de jeu, en dehors de la surface de réparation, au moins à 9,15 m du point de réparation et derrière le point de réparation.

Les règles suivantes doivent être respectées :

- le tireur de coup de pied de réparation botte le ballon en direction du but ;
- ***il ne doit pas jouer le ballon une seconde fois avant que celui-ci n'ait été touché par un autre joueur***, même si le ballon touche la transversale ou un poteau ;
- le ballon est en jeu dès qu'il est botté et a bougé ;
- le tireur a le droit de ralentir voire de s'arrêter dans sa course. En revanche il n'a pas le droit de faire une feinte de frappe.

UN EXEMPLE RÉCENT

Le 14 février 2016, le FC Barcelone a dominé le Celta Vigo (6-1) lors de la 24^{ème} journée de Liga, avec notamment un triplé de Luis Suarez, un but de Messi, un but de Ivan Rakitic et un autre de Neymar. A la 81^{ème} minute, Messi tente un « grand pont » et il est « accroché ». Faute ! Penalty pour le Barça ! Messi se prépare à tirer, s'élance lentement vers le ballon pour tirer... mais ne tire pas ! Il décale le ballon en faisant la passe en retrait à Luis Suarez qui a surgi dans la surface avant de tromper le pauvre gardien Alvarez et de marquer le quatrième but pour Barcelone !



<http://www.beinsports.com/france/la-liga/video/liga-messi-et-suarez-marquent-un-penalty-a-de/198450>

Peu de personnes le savent, mais lors d'un penalty, le but peut ne pas être marqué directement. Seuls quelques joueurs professionnels ont tenté ce geste et marqué l'histoire du football.

UN PENALTY DE LÉGENDE *

En décembre 1982, l'Ajax Amsterdam mène 1 à 0 devant les Belges d'Helmond Sport. Johan Cruyff obtient un penalty. Le mythique attaquant s'élance pour tirer, mais au lieu de frapper le ballon, il passe sur le côté à son coéquipier Jesper Olsen. Ce dernier laisse le gardien Otto Versfeld s'avancer, avant de remettre le ballon à Cruyff, qui marque dans le but vide.

« Je n'en revenais pas », se souvient Versfeld. « J'ai essayé de comprendre ce qui se passait ! » L'explication de Cruyff était la suivante :

« C'était juste avant Noël. Nous voulions offrir un cadeau à nos supporters ».



<https://youtu.be/tJB2AUWPpLY>

Aussitôt, les journaux annoncent la naissance du penalty joué à deux, ce jour-là à Amsterdam.

LES PREMIERS PENALTIES À DEUX *

La vérité est un peu différente. **Le penalty à deux est né** un quart de siècle plus tôt, **en 1957**, d'abord en Irlande du Nord en mai, grâce à Danny Blanchflower et Jimmy McIlroyde, puis un mois plus tard à Bruxelles : le 4 juin 1957, en qualifications pour la Coupe du Monde de la FIFA en Suède, la Belgique reçoit l'Islande.

Vers la fin de la première période, les Diables Rouges mènent déjà 6 à 1 et obtiennent un penalty.

Rik Coppens s'élance pour le tirer mais au lieu de frapper, il effectue un one-two avec son coéquipier André Piters, et Coppens marque sans opposition⁶. « C'était quelqu'un de très extraverti sur le terrain », se souvient un ancien coéquipier de Coppens, Theo van Rooy. « Il adorait faire des choses pour impressionner le public. Ce jour-là, il a réussi son coup. Heureusement d'ailleurs, car si vous ratez un truc comme ça, vous êtes très mal... »

6 Vidéo : <https://youtu.be/hFk0xqO4VkU?t=2m35s>

UN ÉCHEC POUR LES BÊTISIERS *

« Rater un truc comme ça », c'est précisément ce qui est arrivé aux français Robert Pires et Thierry Henry, dans un match de Premier League entre Arsenal et Manchester City en 2005. Au lieu d'effectuer une passe, Pires rate son coup, effleure à peine le ballon et son coéquipier Henry se trouve complètement pris au dépourvu.



<https://youtu.be/xzPMvAirtQs>



* Source : fr.fifa.com

III. Des penalties de légende

Voir ici pour une description de plusieurs penalties de légende :

<http://fr.fifa.com/worldcup/news/y=2010/m=7/news=onze-metres-legende-1268350.html>

Pour d'autres résumés d'études très intéressantes et concrètes sur la « science du penalty » :

<http://passeurdesciences.blog.lemonde.fr/2014/07/03/football-la-science-du-penalty/>