

ACTIVITÉ D'INTRODUCTION : PARTAGE À LA DIOPHANTIENNE

Notions réinvesties : théorème de Gauss (admis ici)

Cédric Grolet est né le 28 août 1985 à Firminy, à côté de Saint-Étienne.

*En 2011, il intègre Le Meurice¹ à Paris (hôtel ***** et restaurant ***), en tant que sous-chef et devient rapidement Chef Pâtissier. Élu Meilleur chef pâtissier 2016, il est sacré meilleur chef pâtissier de restaurant du monde le mardi 17 octobre 2017.*

Les organisateurs d'un mariage ont souhaité un buffet de desserts. Mais pas n'importe lesquels...

Des desserts de Cédric Grolet bien sûr !

Les mariés ont chacun choisi leur préféré, et il sera donc demandé à C. Grolet de préparer des « Rubik's Cake » (40 €) et des « 100 % vanille » individuels (35 €).

Le budget est de 2600 € maximum pour 67 invités.

Mais combien de desserts de chaque le génial C. Grolet pourra-t-il faire ?

Ce problème a-t-il seulement une solution ?



LES DESSERTS 35

Poire Doyenné du Comice “brûlée”, miel et poivre de Sarawak

Coco crispy, ananas/citron, avocat-menthe

Vacherin contemporain aux agrumes

Marrons gourmands et glacés, praliné noisette

Baba au rhum de votre choix, crème mi-montée

Chocolat de notre Manufacture

CHEF JOCELYN HERLAND
CHEF PÂTISSIER CÉDRIC GROLET

¹ <http://www.alainducasse-meurice.com/fr/la-cuisine>

On note x le nombre de « Rubik's Cake » et y celui de « 100 % vanille ».

A. Budget maximum : 2600 €

On souhaite donc : $40x + 35y = 2600$.

1. Justifier que le problème revient à résoudre l'équation $8x + 7y = 520$.
2. Donner une solution particulière évidente de l'équation $8x + 7y = 1$.
En déduire une solution particulière de l'équation $8x + 7y = 520$, que l'on note $(x_0; y_0)$.
3. On admet le théorème suivant, que l'on démontrera :

Théorème de Gauss

Soient a, b et c des entiers non nuls.
Si $a \mid bc$ et si a est premier avec b , alors $a \mid c$.

- Démontrer que si l'équation $8x + 7y = 520$ admet une solution $(x; y)$, alors $8 \mid y_0 - y$.
En déduire qu'alors il existe un entier relatif k tel que $x = x_0 + 7k$ et $y = y_0 - 8k$.
4. Conclure quant aux solutions (dans \mathbb{Z}) de l'équation $8x + 7y = 520$.
 5. Pour notre problème de desserts, on trouve rapidement que $0 \leq x \leq 65$ et $0 \leq y \leq 74$.
Justifier ces inégalités puis en déduire les différentes solutions à ce problème :

Pour un budget de 2600 €, C. Grollet peut proposer les répartitions suivantes :

La solution la plus équilibrée est :

B. Clients exigeants

Vu la précision et la diversité des résultats pour un budget de 2600 €, les clients aimeraient connaître toutes les possibilités pour un budget compris entre 2000 € et 2600 €.

On souhaite donc résoudre l'équation : $40x + 35y = d$ où $2000 \leq d \leq 2600$.

1. Justifier qu'il n'y a que 121 valeurs possibles pour d , et préciser lesquelles.
2. Écrire un algorithme qui donne toutes les configurations possibles pour chacune de ces 121 valeurs.
Laquelle (ou lesquelles) vous paraît la plus adaptée ?