

DEVOIR SURVEILLE de MATHÉMATIQUES n°6

Durée : 1 h 50.

Calculatrice autorisée.

*La propreté de la copie, la clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie (0,5 point).
Un barème (sur 35) est mentionné à titre indicatif.*

SUJET À RENDRE AVEC VOTRE FEUILLE**Exercice 1** [..... / 8,5 (1 + 1,5 + 1 + 0,25 + 3 + 0,5 + 0,5 + 0,75)]

env. 25 min

La voûte d'une cave a la forme d'une parabole d'équation $y = -3,75x^2 + 6x$, où $x \in [0; 1,6]$.

Objectif : savoir s'il est possible de ranger dans cette cave un meuble de 2 m (hauteur) sur 0,70 m (largeur).

On note f la fonction qui à tout x de $[0; 1,6]$ associe la hauteur de plafond.

Autrement dit : $f(x) = -3,75x^2 + 6x$.

1. a) Montrer que pour tout réel x de $[0; 1,6]$:

$$f(x) = -3,75(x - 0,8)^2 + 2,4.$$

b) Montrer que pour tout réel x de $[0; 1,6]$:

$$f(x) - 2,4 \leq 0.$$

c) Montrer que la fonction f admet un maximum.

d) En déduire la hauteur maximale de la voûte de la cave.

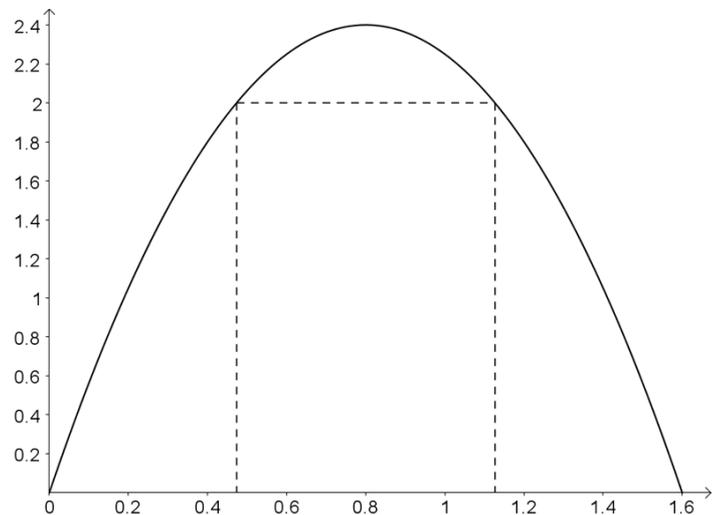
2. a) Démontrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0,8; 1,6]$.

b) On admet par la suite que f est croissante sur l'intervalle $[0; 0,8]$.

En déduire le tableau de variation de la fonction f .

3. a) Calculer les images par f des nombres $0,8 - 0,35$ et $0,8 + 0,35$.

b) Peut-on ranger le meuble dans la cave dans la position indiquée sur le dessin ?

**Exercice 2** [..... / 5,5 (1 + 1,5 + 1,5 + 1,5)]

env. 20 min

Soit $(O; I; J)$ un repère orthogonal du plan.

On considère les points suivants : $A(-3; 2)$ $B(5; 3)$ $C(12; -1)$ $D(-4; -3)$.

1. Démontrer que la droite (AB) est parallèle à la droite (CD) .

2. Déterminer l'équation réduite de la droite (BC) .

Par la suite, on admettra que l'équation réduite de la droite (AD) est $y = 5x + 17$.

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (AD) et (BC) , noté E .

4. On note F le milieu de $[AB]$ et G le milieu de $[DC]$.

Démontrer que E , F et G sont alignés.

Exercice 3 [..... / 3]

env. 10 min

Résoudre sur \mathbb{R} l'inéquation suivante : $-20(x-4)(x-1) < (x-1)^2$.**Exercice 4** [..... / 5]

env. 10 min

Répondre aux affirmations par « vrai » (V), « faux » (F) ou une des réponses proposées.

Attention : une réponse fausse **enlève des points** (barème possible : une réponse juste rapporte 0,5 point; une réponse fausse enlève 0,25 point) et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

$f(x) = \frac{3x+1}{5}$ est une fonction affine	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
L'équation $x^2 + 8 = 8$ a pour ensemble solution l'ensemble vide	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
L'équation $2x^2 + 1 = 0$ n'admet pas de solution	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
La solution de l'équation $4x = 0$ est :	<input type="checkbox"/> 0,25	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> -4
L'équation $0x = 5$ a une infinité de solutions.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
Le nombre de solutions de l'équation $x^2 = -4x$ est :	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2
$x^2 = 9$ équivaut à $x = \sqrt{9}$	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
L'équation $x^2 + 9 = 0$ a deux solutions	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
L'ensemble solution de l'équation $(2x-1) + (x+3) = 0$ est :	<input type="checkbox"/> $\{1; -\frac{2}{3}\}$	<input type="checkbox"/> $\{-\frac{2}{3}\}$ <input type="checkbox"/> $\{\frac{1}{2}; -3\}$
L'ensemble solution de l'équation $\frac{2x-1}{x+3} = 0$ est $\{0,5; -3\}$	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F

Exercice 5 [..... / 5 (3 + 1 + 1)]

env. 10 min

Dans un lycée, on a demandé à 100 élèves quel(s) sport(s) ils pratiquent. Voici les résultats :

- 26 pratiquent l'escalade ;
- 47 pratiquent l'athlétisme ;
- 27 pratiquent le badminton ;
- 5 pratiquent les trois sports ;
- 8 pratiquent l'athlétisme et l'escalade ;
- 2 pratiquent uniquement de l'athlétisme et du badminton ;
- 12 ne pratiquent que du badminton.

On choisit au hasard un des 100 élèves. Tous les élèves ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants :
 E : « l'élève pratique l'escalade » ;
 A : « l'élève pratique l'athlétisme » ;
 B : « l'élève pratique le badminton ».

1. Représenter la situation par un diagramme de Venn (écrire les calculs effectués).
2. Dans cette question, on donnera les résultats sous la forme de fractions irréductibles. Déterminer la probabilité des événements suivants (justifier simplement par un calcul) :
 a) M : « l'élève pratique au moins deux sports. »
 b) N : « l'élève pratique l'athlétisme mais ne pratique pas le badminton. »

Une entreprise locale fabrique des billes de peinture pour paintball. Elle est composée de quatre sites de production qui produisent chacun des billes de couleurs différentes : le site R (peinture rouge), le site B (peinture bleue), le site N (peinture noire) et le site J (peinture jaune).

Chaque vendredi, vers 17h, les productions hebdomadaires de chaque site sont amenées au site PEC (Packaging Emballage Conditionnement) pour y être mélangées dans une grande cuve.

Puis les billes sont ensachées de la façon suivante : un tube aspire 500 billes (au hasard) dans la cuve et les dépose dans un sachet qui sera ensuite fermé et étiqueté.

Un acheteur dont la couleur préférée est le bleu souhaite savoir combien (en moyenne bien sûr) de billes bleues contient chaque sachet, et avoir d'autres informations liées à cette couleur.

Voici les données dont on dispose.

Il y a un an, l'entreprise avait fait un inventaire précis de la production sur un mois.

Sur cette période, elle avait alors ensaché 3 000 000 billes, soit 6 000 sachets de 500 billes.

Le tableau suivant donne la répartition du nombre de billes bleues dans chaque sachet.

Nombre de billes bleues	[0;100[[100;200[[200;300[[300;400[[400;500]	Total
Effectifs (<i>nombre de sachets</i>)	542	1254	2351	963	890	6000

1. Compléter le tableau de l'*annexe 1*, sans justifier.
2. Calculer la moyenne de cette série et interpréter ce paramètre.
3. a) Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes (FCC) sur le graphique donné (*annexe 2*).
 - b) En déduire graphiquement la médiane de cette série (*laisser sur le graphique les traits de justification et justifier par une phrase*).
 - c) Interpréter ce paramètre.



Annexe 1

Nombre de billes bleues	[0;100[[100;200[[200;300[[300;400[[400;500]	Total
Effectifs (<i>nombre de sachets</i>)	542	1254	2351	963	890	6000
Fréquences	0,0903	0,209	0,3918	0,1605	0,1484	1
FCC*						

* Fréquences cumulées croissantes

Annexe 2

