

**DEVOIR SURVEILLE de MATHÉMATIQUES n°4**

Durée : 1 h 50 min. Calculatrice autorisée.

La propreté de la copie, la clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie.  
Un barème sur 20 est mentionné à titre *indicatif*.

**SUJET À RENDRE AVEC VOTRE FEUILLE**

Bon courage.

**Exercice 1** 3 points (1 + 1,5 + 0,5)**20 minutes**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$ .

On admet que la forme développée de  $f(x)$  est  $x^2 + 3x - 4$ , et que sa forme factorisée est  $(x-1)(x+4)$ .

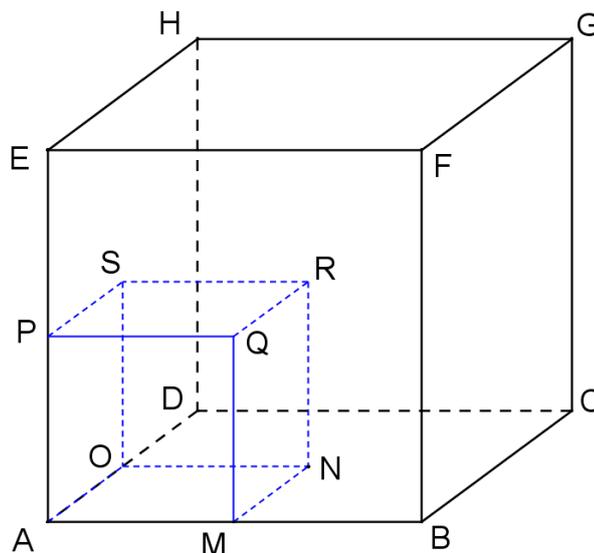
1. En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre dans  $\mathbb{R}$  (par le calcul) l'équation  $f(x) = 0$ .
2. En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre dans  $\mathbb{R}$  (par le calcul) l'équation  $f(x) = -4$ .
3. À l'aide de votre calculatrice, donner une valeur approchée à  $10^{-3}$  des solutions de l'équation  $f(x) = 10$ . *Aucune justification n'est demandée.*

**Exercice 2** 5 points (0,5 + 1 + 1 + 0,5 + 1 + 1)**30 minutes**

ABCDEFGH est un cube d'arête 6 cm.

On construit un point M appartenant au segment [AB], puis le point P appartenant au segment [AE] tel que  $AM = EP$ . On construit alors le parallélépipède rectangle (pavé droit) AMNOPQRS de telle façon que AMNO soit un carré.

On note  $AM = EP = x$ .

**Partie A**

1. Dans quel intervalle, noté I, varie  $x$  ?

Justifier rapidement.

2. Faire deux figures (rapidement, pas nécessairement en vraie grandeur) qui représentent le problème (mettre en évidence l'évolution du pavé droit AMNOPQRS), et qui complètent celle de l'énoncé.

3. Exprimer, en fonction de  $x$ , le volume du pavé droit AMNOPQRS.

## Partie B

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0;6]$  par  $f(x) = -x^3 + 6x^2$ .

1. A l'aide de la calculatrice (expliquer votre démarche), conjecturer le maximum de la fonction  $f$  sur  $[0;6]$ .

2. a) Démontrer que, pour tout réel  $x$  de  $[0;6]$  :  $f(x) - f(4) = x^2(6-x) - 32$ .

b) Voici sept écritures de l'expression  $f(x) - f(4)$ , obtenues à l'aide d'un logiciel de calcul :

Utiliser l'expression qui vous paraît la mieux adaptée pour démontrer que  $f$  admet un maximum en  $x=4$ .

Donner la valeur de ce maximum.

$$\begin{aligned} & x^2(6-x) - 32 \\ & x(6x - x^2) - 32 \\ & -x^3 + 6x^2 - 32 \\ & -(x+2)(x-4)^2 \\ & -(x^2 - 2x - 8)(x-4) \\ & (-x^2 + 2x + 8)(x-4) \\ & (-x-2)(x-4)^2 \end{aligned}$$

### Exercice 3 3 points

10 minutes

Sur la devanture de son magasin, le gérant d'un supermarché affiche :

« Plus de 90 % des clients de notre magasin sont satisfaits  
par la mise en place de nos caisses automatiques. »

Une association de consommateurs souhaite examiner cette affirmation. Pour cela, elle réalise un sondage : 860 clients sont interrogés, et 748 d'entre eux se disent satisfaits par la mise en place de ces caisses automatiques. Cela remet-il en question l'affirmation du gérant ?

### Exercice 4 5 points (0,5 + 0,5 + 1 + 1 + 1,5 + 0,5)

20 minutes

Le tableau suivant donne la répartition du salaire net mensuel des salariés français en 2015<sup>1</sup> (source : INSEE).

Salaire net mensuel (en €)	[0 ;1213[	[1213 ;1490[	[1490 ;1615[	[1615 ;1797[
Fréquences	0,1	0,2	0,09	0,11
FCC				

Salaire net mensuel (en €)	[1797 ;2004[	[2004 ;2528[	[2528 ;3036[	[3036 ;8283[	Total
Fréquences	0,1	0,16	0,08	0,16	
FCC					

1. Compléter ce tableau, sans justifier.

2. Ce caractère est-il quantitatif ou qualitatif ? Discret ou continu ? Aucune justification n'est demandée.

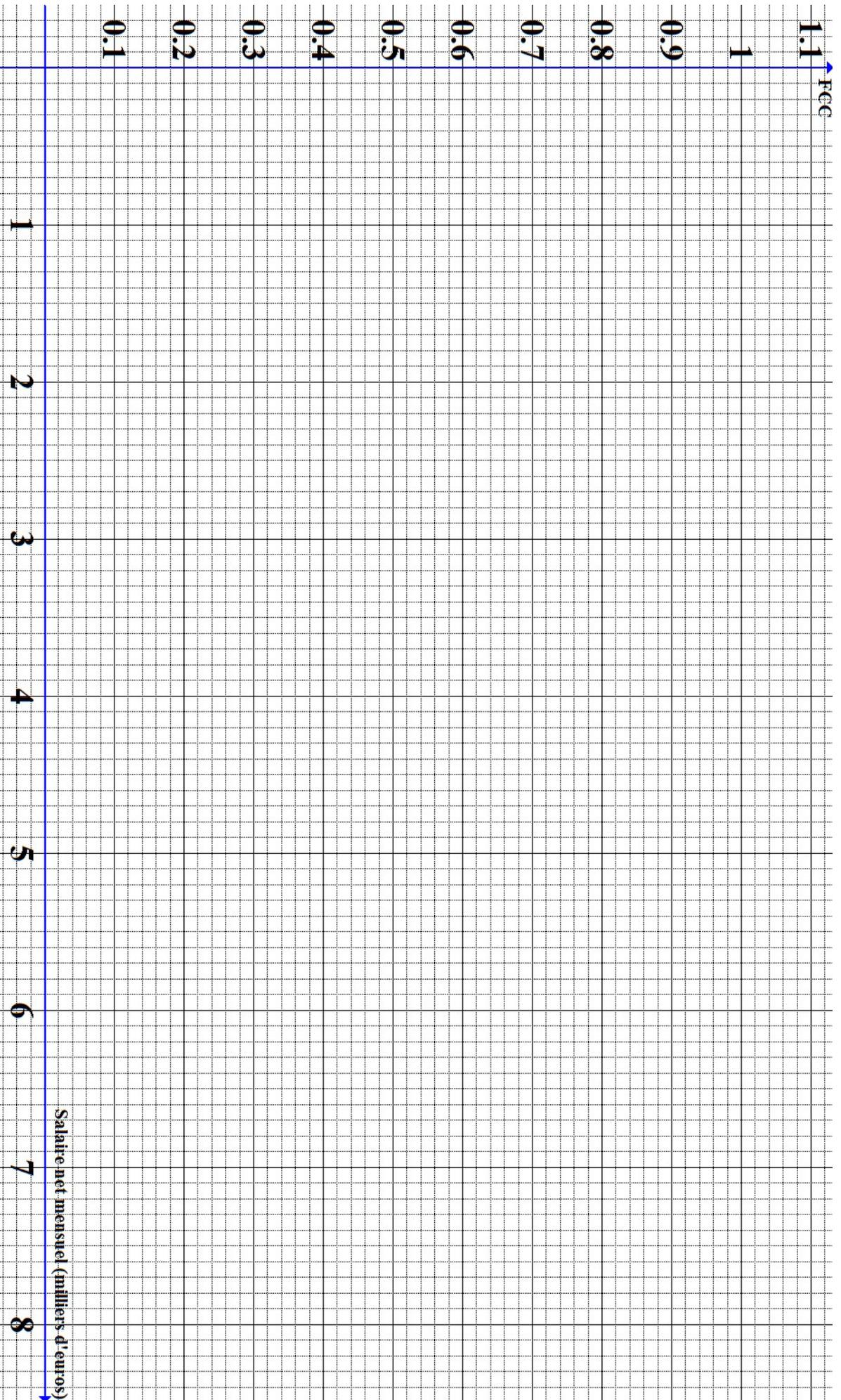
3. Calculer la moyenne de cette série, et interpréter ce résultat.

4. a) Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes (FCC) sur le graphique donné (page suivante).

b) En déduire graphiquement le premier quartile : justifier par une phrase et laisser sur le graphique les traits de justification. En déduire également le troisième quartile, sans justifier par une phrase mais en laissant les traits de justification. On donnera des valeurs approchées à 0,1 près, donc à 100 € près.

c) Interpréter ces paramètres.

1 Salariés en équivalent temps-plein (EQTP) du privé et des entreprises publiques, y compris les bénéficiaires de contrats aidés et de contrats de professionnalisation. Sont exclus les apprentis, les stagiaires, les salariés agricoles et les salariés des particuliers employeurs.



**Exercice 5** 4 points**15 minutes**

Les tableaux ci-contre donnent le nombre de buts inscrits par match au cours de la saison 2015/2016 de Ligue 1 (France) de football par les équipes du PSG (Paris Saint-Germain) et du TFC (Toulouse Football Club).

Pour le PSG :

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de matchs	3	0	4	2	6	3	1

Pour le TFC :

Nombre de buts	0	1	2	3	4
Nombre de matchs	2	9	6	0	2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, **une seule réponse est exacte** : entourez-la.

Chaque réponse correcte rapportera 0,5 point ; **chaque réponse fautive retirera 0,25 point.**

Le nombre moyen de buts inscrits par le PSG est :	2,7	3	3,1
Par match, en moyenne, le PSG a marqué au moins deux fois plus que le TFC :	vrai	faux	
Le nombre de but médian inscrit par le PSG est :	3	4	19
L'écart interquartile pour le PSG est :	2	3	6
Dans au moins ... % des matchs du TFC, 2 buts ou moins ont été marqués.	25	50	75
Dans ... % des matchs du PSG, 4 buts ou plus ont été marqués.	17	21	53
Le premier quartile de la série statistique du TFC est :	1	1,5	2
L'équipe la plus régulière est celle qui :	a le plus petit écart interquartile	a la plus grande moyenne	a la plus grande médiane