Exercice 1

On se place dans un repère orthonormé et, pour tout entier naturel n, on définit les points $\big(A_n\big)$ par leurs coordonnées $(x_n\,;y_n)$ de la façon suivante :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x_0 & = & -3 \\ y_0 & = & 4 \end{array}\right. \quad ; \quad \left\{\begin{array}{lcl} x_{n+1} & = & 0{,}8{\cdot}x_n \ - \ 0{,}6{\cdot}y_n \\ y_{n+1} & = & 0{,}6{\cdot}x_n \ + \ 0{,}8{\cdot}y_n \end{array}\right.$$

Pour tout entier naturel n, montrer que le point A_n appartient au cercle de centre O et de rayon 5.

Exercice 2

Soit la suite numérique $\big(u_n\big)$ définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{2}{3}{\cdot}u_n + \frac{1}{3}{\cdot}n + 1 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. a. Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4. On pourra en donner des valeurs approchées à 10^{-2} près.

   b. Formuler une conjecture sur le sens de variation de cette suite.

2. a. Démontrer que pour tout entier naturel n :
   $u_n \leqslant n+3$

   b. Démontrer que pour tout entier ntaurel n :
   $$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}{\cdot}\big(n+3-u_n\big)$$

   c. En déduire une validation de la conjecture précédente.

ex. 1

c3279.pdf

ex. 2

c5736.pdf